る ($\Theta_c = J/k_2$)。小さなΘではLTMによりエラーが大きくなり，$\Theta \to \Theta_c$ では各シナプスの機能が麻痺し，このため抑性がとれて想起しやすくなるSTMによりエラーが減少することを示している。図2(a)の様子は(I)(II)の両モデルに対しても得られるが，記憶のモデルとしては(II)の非局在モデルの方がより現実的であるように思われる[5]。

最後に議論していただいた東北大学医学部脳研の綾皓二郎氏に感謝します。

文　献

1) H. Hara: 物性研究 **33** No. 5, (1980) E28, **35** No. 6, (1981) F5, **39** No. 3, (1982) C2, **40** No. 3, (1983) 137.
2) R. Conrad and A. J. Hull: Psychon. Sci. **10** (4) (1968) 135.
3) K. Kato: 修士論文
4) G. A. Miller: Psychol. Rev. **63** (1956) 81.
5) C. I. J. M. Stuart, Y. Takahashi and H. Umezawa: J. Theor. Biol. **71** (1978) 605.

Systematic Theory of Relaxation and Fluctuation of Macrovariables in a Stochastic Process

湘北短大・電子　落　合　　萌
東北大・工　山　崎　義　武

gain loss type のマスター方程式から出発し，staggered sealing expansion method[1,2]（時間・空間的サイズに段差をつけてスケーリング展開を行う方法）を導入することによって，Kramers Moyal 展開を経て，巨視的方程式およびそのまわりのゆらぎのモーメントを定める方程式が得られる議論[2]を拡張し，さらにゆっくりしたモードを定める方程式が導出できることを報告する。

多体系には各種の運動モードがある。われわれが必要とするのは，系を現象論的あるいは巨視的に特徴づけるモードとそのゆらぎの様子であり，これらは，その中にすべての運動モードを含む微視的な基礎方程式を粗視化することによって得られる。ブラウン運動にみられるような確率過程にしたがう系でマルコフ性が仮定され，遷移確率がわかればマスター方程式が立てられ，問題はこれを解く方法に帰着する。厳密に解くことは数学的に興味はあっても，物理的

にはあまり意味を持たないだろう。巨視的部分とゆらぎが自動的に分離しないからである。そこに，結果的には粗視化につながる各種の近似が行なわれることになる。系に固有な巨視的サイズで書け，見たい現象を特徴づけるパラメターによって確率変数をスケールし，新しい変数で閉じた式が得られるなら，これはそのスケーリングに対応して見たい現象を与える式であり，この意味で段差をつけたスケール展開法は粗視化という操作の一方法である。$p(A, t)$を時刻tにおけるゆらぎを伴なう巨視的変数Aの確率密度，$W(A|A')$をA'からAへの遷移確率とすれば，Aはマスター方程式

$$\frac{\mathrm{d}p(A, t)}{\mathrm{d}t}=\int\{W(A\mid A')p(A', t)-W(A'\mid A)p(A, t)\}\,\mathrm{d}A' \tag{1}$$

にしたがう。システム・サイズをΩとすば，Ωでスケールされたゆらぎuは系を巨視的に特徴づける決定論的径路fのまわりに$\Omega^{-\frac{1}{2}}$の大きさでゆらぎつつ平衡状態に達すると考えられる。AをΩでスケールし，これをfとuとに分けて

$$\frac{A}{\Omega}\equiv a=f(t)+\Omega^{-\frac{1}{2}}u \tag{2}$$

と表わす。$\Delta\ll\Omega$であるようなΩに依存しないジャンプ・サイズΔによる変化の結果AはA'に移る

$$\frac{A'}{\Omega}\equiv a'=f(t)+\Omega^{-\frac{1}{2}}u+\Omega^{-1}\Delta$$

このように考えれば，(1)には3つの異ったサイズΩ，$\Omega^{\frac{1}{2}}$，Ω^{0}が入り混っている。変換$p(A, t)\to p(u,t)$，$W(A|A')\to w(f+\Omega^{-\frac{1}{2}}u-\Omega^{-1}\Delta\,;\Delta\,;t)$を行い，新変数で表わされた(1)を$u$のまわりに$\Omega^{-\frac{1}{2}}\Delta$で展開して，Kramers - Moyal展開

$$\frac{\partial p(u, t)}{\partial t}-\Omega^{\frac{1}{2}}\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t}\frac{\partial p(u, t)}{\partial u}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-\Omega^{-\frac{1}{2}})^{n}}{n!}\frac{\partial^{n}}{\partial u^{n}}\mu_{n}(f+\Omega^{-\frac{1}{2}}u)p(u,t)$$

$$\mu_{n}(f+\Omega^{-\frac{1}{2}}u)\equiv\int w(f+\Omega^{-\frac{1}{2}}u\,;\Delta)\Delta^{n}\mathrm{d}\Delta \tag{3}$$

を得る。従来，ただ単に小さいというだけで用いられてきた展開パラメターのサイズをきっちり定めたことは新しい。(3)はΔについては粗視化されているが，そこにはf，uが入り混って含まれ，閉じた式になっていない。(3)で時間をスケールし直し$\tau=\dfrac{t}{\Omega}$で書き，$\Omega^{-\frac{1}{2}}u$でfのまわりに展開を行なえば，巨視的方程式

$$\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}\tau}=\mu_1^{(0)}f \tag{4}$$

および，Fokker-Planck の方程式

$$\frac{\mathrm{d}p(u,\tau)}{\partial\tau}=-\mu_1^{(1)}(f)\frac{\partial}{\partial u}up(u,\tau)+\frac{1}{2}\mu_2^{(0)}(f)\frac{\partial^2}{\partial u^2}p(u,\tau) \tag{5}$$

が得られる。(4)により決定論的径路が定まり，(4)とともに(5)でゆらぎのモーメントを求める基礎方程式が決定されることがわかる。

つぎに，(1)を a と $\varDelta$ で書き，a のまわりに $\varOmega^{-1}\varDelta$ で展開し，$\tau\equiv t/\varOmega$ を行い，$p(f,\tau)$へ変数変換をして展開の最大寄与の項を拾えば，

$$\frac{\partial p}{\partial\tau}=-\frac{\partial}{\partial f}\{\mu_1(f)\,p(f,\tau)\} \tag{6}$$

$\mu_1=\mu_1^{(0)}$ だから，(4)ですでに求められているように $\mu_1(f)=\dot{f}$ を(6)に入れて

$$\frac{\partial p}{\partial\tau}=-\frac{\partial}{\partial f}\{\dot{f}\,p(f,\tau)\} \tag{7}$$

が得られる。(7)は $p(f,\tau)$ が f と共に変化する様子を決める式で，まさに確率密度空間における連続の式である。van Kampan[3,4] は Kramers-Moyal 展開を出発点として議論を行っているが，ここではその成立の根拠を与えた。また，連続の式(7)が知れることにより，流体力学的モードのモーメント方程式が出ることを示唆したのも新しい。

文　献

1) M. Tokuyama and H. Mori, Prog. Theor. Phys. **56** (1976) 1073.
2) M. Ochiai, to be published.
3) N. G. van Kampen, Can. J. Phys. **39** (1961) 551.
4) N. G. van Kampen, Adv. Phys. Chem. **34** (1976) 245.