多重縮退した系のクラスター成長

山口大・教育　古　川　　浩

急冷された合金等に関する相分離の動的性質は理論・実験・計算機実験の各方面から詳しく調べられ，かなりはっきりしたことが分って来た。その中で構造関数 $S_k(t)$(又は散乱関数 $I_k(t)$)に対するスケーリング則：

$$S_k(t)=R(t)^d\tilde{S}(kR(t)) \tag{1}$$

及び長さのスケール R に対するべき乗則

$$R(t)\propto t^a \tag{2}$$

が一般的に成り立っていることが明らかとなった。ここで d は次元，k は波数を表わす。(1)の d が次元を表わすことは，short range order の発達が急速に終了することによる。又，(2)が成立することはすべての平均量が（ベキ d は異るが）(1)と同様な scaling に従うことからくる。ここですべての平均量がと云ったが，これを文字通りすべての平均量に適用してみると，相分離の新しい側面が現われてくる。

２つの異ったメカニズムが交互に現われてクラスターを成長させるとする。このような例として２成分溶液を考えることが出来る。クラスターが熱運動によって互いにぶっかり合って成長する場合と，表面張力によって内部対流によって成長する場合を考えると，前者はクラスター同志が遠く離れている場合，後者はクラスター同志が接触している場合に起る。そのような配置は Random に現われるから，２つのメカニズムが Random に，交互に，クラスターを成長させることになる。同じことは多くの成分をもった系についても云える。２つのメカニズムの持続時間を $\mathrm{d}t_1$，$\mathrm{d}t_2$，その間に，クラスターの半径がそれぞれ $\mathrm{d}R_1$，$\mathrm{d}R_2$ だけ変化するものとすれば，クラスター半径は平均として次の方程式に従うことになる：

$$\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}R_1+\mathrm{d}R_2}{\mathrm{d}t_1+\mathrm{d}t_2}=\frac{\dfrac{\mathrm{d}R_1}{\mathrm{d}t_1}+\dfrac{\mathrm{d}t_2}{\mathrm{d}t_1}\dfrac{\mathrm{d}R_2}{\mathrm{d}t_2}}{1+\dfrac{\mathrm{d}t_2}{\mathrm{d}t_1}} \tag{3}$$

そこでスケーリングの仮定：

$$\frac{dR_1}{dt_1} \equiv F_1(R) \propto R^{1-\frac{1}{a_1}} \quad , \tag{4a}$$

$$\frac{dR_2}{dt_2} \equiv F_2(R) \propto R^{1-\frac{1}{a_2}} \quad , \tag{4b}$$

$$\frac{dt_2}{dt_1} \equiv Q(R) \propto R^{\frac{1}{a_I}-\frac{1}{a_1}} \quad , \tag{4c}$$

をおくと(3)式は

$$\frac{dR}{dt} = \frac{F_1(R) + Q(R)F_2(R)}{1+Q(R)} \tag{5}$$

となる。(5)式は $a_I = a_1$ のとき

$$\frac{d}{dt}R = \alpha_1 F_1(R) + \alpha_2 F_2(R) \tag{6}$$

$a_I = a_2$ のとき

$$\frac{d}{dt}R = \{\beta_1 F_1(R)^{-1} + \beta_2 F_2(R)^{-1}\}^{-1} \tag{7}$$

となる。又(5)式の $t \to \infty$ での解は一般に

$$\lim_{t\to\infty} R(t) \propto t^{a_I} \tag{6}$$

となる。したがって(6)式は t^{a_2} から t^{a_1} ($a_1 > a_2$) への cross over を表わし，(7)式は t^{a_1} から t^{a_2} への cross over をあらわす。この両方のふるまいが実験・計算機実験で観測されており，当然その中間のベキ a_I へ cross over する場合があってよい。最近の計算機実験によれば a_I は系の縮退度の関数となっている。すなわち中間の値 a_I の存在は上に見たように可能である。

最後に(6)式と(7)式の違いについて触れておく。(6)式の出てくる条件は dt_2/dt_1 = 一定であり，(7)式の出てくる条件は dR_2/dR_1 = 一定である。すなわち(6)式では２つのメカニズムが平行して起り，(7)式では２つのメカニズムは直列的に起こることになる。前者はクラスターの形状が十分複雑である場合，後者はクラスターの形がかなり規則的である場合に可能である。したがって(6)式は高温で(7)式は低温で成り立つ。これは実験と consistent である。