運動の秩序と形態

横浜国大・工　戸　田　盛　和

1. 自然観

物理的自然観の歴史をふり返るといくつかの段階があることに気がつく。これらを「形態的自然観」「力学的自然観」「電磁気的自然観」…と呼ぼう。物理の歴史においてこの順序で発達がおこなわれてきたことは事実である。たとえば力学的自然観は電磁気的現象を包括できないので，電磁気的自然観にとって変られたなどというが，はたしてそうであろうか。むしろこのような単純な配列で語られないところが物理の本質ではないだろうか。

物理的な発想，考察，論証などがおこなわれるとき，形態的，力学的，電磁気的，etcの観点はそれぞれ相おぎなって働くというのが真相であろう。このことはこれらの観点が生み出した概念がそれぞれ今でも活発に働いていることからも正当づけられると思う。これらの概念とは次のようなものである。

(i) 形態的自然観

ギリシャのプラトンをはじめ古代の学者達は正多面体を神秘なものと考え，また円を最も完全な形と考えた。シンメトリーを完全なものと見る気持は現在の理論構成の中に絶えず働いている。

(ii) 力学的自然観

運動を普遍的にとらえる上で最も基本的概念である粒子，および波動という概念を生み出した。遠隔作用も力学的自然観に由来する。

(iii) 電磁気的自然観

場の概念。近接作用もこれと密接な概念である。

以上の諸概念，対称性(シンメトリー)，粒子，波動，場，遠隔作用，近接作用などはすべて現実の物理学的理解において生きて働いているもので，それぞれが自然観のいろいろの側面でたがいに補って理解を助けているわけである。

2. 形と現象の本質

形が現象の理解にどのくらい直接かかわっているかを考えよう。

(a) 形そのものが学問である場合。ユークリッド幾何学，物理数学では境界条件，球面関数

などが形と直接に関係している例である。

(b) 形がほとんど大部分である場合。結晶学。パストールやP．キュリーなども結晶の対称性や施光性に引かれて研究に入った。ティンダルも材料の割れ方の形から氷河の研究へ入った。

(c) 形が半分くらいの場合。雪の研究，破壊現象。金米糖は半分は形，半分はゆらぎなどの問題であろう。液体内分子の２体分布関数も配列情報の半分ぐらいを与える。

(d) 形がきっかけで大発見，新概念につながる場合。ウェゲナーの大陸移動説。タバコモザイックウィルスの結晶化は生物を無生物の連続性を印象づけた。剛体球分子の固相・流動相転移（アルダー転移）。ソリトンの発見。

(e) 形にならない場合。全く形と無縁な数学的概念でも，素粒子論的な概念でも，多くの人は形として理解したくなる。実際，電磁場も力学的，あるいは流体力学的なアナロジーによって理解し，図形的に表現しようとする。

3. 形と数式と物理

力学の場合，運動の「形」がその運動の原因である「力」をただちに示すことが多く，例えば１次元の運動で変位 x と速度 v からなる平面（相平面）で軌道の形が与えられたとすると，その接線

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x} = F(x,\ v)$$

が与えられる。ここで $\mathrm{d}x/\mathrm{d}t = v$ であるから力 f は

$$f = m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = mvF(x,\ v)$$

で求められることになる。例えば減衰振動では $F(x,\ v) = -(kx+\alpha v)/v$ であり，力は $f = -mkx - m\alpha v$ となる。

ソリトンのように形が普遍的であっても，その物理的な面は多様である場合がある。κ をパラメタとするソリトン

$$u(x,\ t) = \kappa^2 \operatorname{sech}^2 \kappa(x-ct),\quad c = \kappa^2$$

が観測によって知られたとすると，〝κ を消去〞して

$$\frac{\partial u}{\partial t} + 3u\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{4}\frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = 0$$

を得ることができる。これで非線形発展方程式が得られるが，これだけではその物理的な面は

全く問題にされていないわけである。

水の波なら上の発展方程式は流体力学によって解釈しなければならないし，プラズマのソリトンなら電磁気学の方程式によって解釈しなければならない。

物理学的研究はこのような形に対する興味がきっかけになって，なぜそうなるかという疑問へ発展する。そして物理的解釈ができたときは，これを再び形として表現しなければ安心できない。形として表現できなければ本当に理解できたとは思えない。

分枝の代数的記述*)

東経大　志　方　守　一

1. 群環による分枝の記述

樹木の分枝，或いは草花の分枝を典型的な形として代数的に書くことが出来ることを以前に報告した (Shikata, M., 1972, 1977) 。例えば，円錐花序 (panicle) の場合その分枝の形は式 1.1 (Shikata 1977, p. 154, 式 (13)) で書ける。

$$F = \sum_{u=0}^{n} (b_1 + b_2)^u + b \sum_{u=0}^{n-1} (b_1 + b_2)^u + f (b_1 + b_2)^n . \tag{1.1}$$

これは群やモノイドを基礎とした環として，植物の分枝が考えられることを示している。この内容から，簡単な場合には，Weyl の著書 (1952, p. 68) に見られるような無限巡回群が導ける (Shikata 1977, p. 103) 。

2. 相似的変換

此処での上式のような表現は樹木の分枝の各部分の絶対的な大きさを考慮せずにその樹木の特徴的な形を示しているものと考えられる。つまり，ここでの記述は相似変換に対して不変な形式になっている。例えば，同じく，円錐花序に就いて(Shikata 1977, p. 177, 式 (1) ～ (6))

*) 口頭発表ではなく，紙上参加として研究会以前に頂いた原稿です。研究会当日その旨紹介し，関心ある方々に見て頂きました。