

クラスター-成長に於ける Intermittency effect.

山口大教育 古川 浩

急冷した合金等に関する相分離の現象の動的性質は理論・実験・計算機実験の各方面から詳しく調べられ、かなりはっきりしたことが分つて来た。その中で構造関数 $S_k(t)$ 、又は散乱関数 $I_k(t) (\propto S_k(t))$ に対するスケーリングの仮定

$$S_k(t) = R^d(t) \tilde{S}(kR(t)) \quad (1)$$

及び長さのスケール R に対するべき乗則

$$R(t) \propto t^a \quad (2)$$

が一般的に成り立つことが明らかとなった。ここで d は次元、 k は波数、 a は一般に定数である。(1) において次元 d が表われるのは short range order の発達が無視に終了することを示す。(2) は平均の平均量 (ベキ d を除く) (1) と同様 scaling に従うことからくる。 a は有限の時間 t 内では t に依存し、又 scaling function $\tilde{S}(x)$ も t に依存するが、 $t \rightarrow \infty$ の極限では a はある最大の値 a_1 に収束すると考えられている。ここで最大の極限 a_1 とはその系で考えうる process のうち最大のベキ $a \in \mathbb{R}$ である。relaxational system では $a_1 = 1/2$ (非保存系)、 $a_1 = 1/3$ (保存系)、液体では $a_1 = 1$ となり、いずれも表面張力によってクラスターの成長が促進される。系によって a_1 が異なるのは mobility が系によって異なることによる。上の a_1 に対する値は理論的予想であり、その中で $a_1 = 1/2$ は比較的実験とよく合う。他のベキについてもこれと支持する実験、計算機実験は多くあるが、又これからはずれの実験も多々ある。さらに a の変化にしてより大きい値 a_1 へと変化する場合と、逆により小さい値 a_2 へと変化する場合とが見られる。

より小さい値へと変化する場合は表面張力の効果がありえないことにある。このように表面張力の効果が禁止されることは Lifshitz や Safran によって理論的に予想されている。これはクラスターの表面の形状の変化に対して全クラスター表面積の変化がない場合がありうることを示している。例えば2次元系で平均的なクラスターの形が正六角形であれば、そのうち1つが全体の大きさと少し変化させても境界の長さは変化しない。この場合、クラスターの大きさを変える driving force は表面張力ではなく表面の熱運動である。したがって頻りにクラスターが close-packing の形をとる系 (例として非常に多くの成長と成る系) では元の $a_1 = 1/2, 1/3, 1$ という exponent は例としてそれぞれ $a_2 = 1/d+1, 1/d+2, 1/d$ 、といった exponent へと変えられることにある。しかしある場合は表面張力によって、ある場合は thermal force によって drive されるという中間の性格をもつ系では a が中間の値をとることになるだろう。

さて、クラスターの平均 size R が表面張力によって dt_1 時間内に dR_1 だけ変化、

dt_2 時間内 dR_2 だけ変化するとすれば、クラスターの平均 size R は次の式に従うことになる:

$$\frac{dR}{dt} = \frac{dR_1 + dR_2}{dt_1 + dt_2} = \frac{F_1(R) + F_2(R)Q}{1+Q}, \quad (3)$$

$$F_1(R) = \frac{dR_1}{dt_1}, \quad F_2(R) = \frac{dR_2}{dt_2}, \quad Q = \frac{dt_2}{dt_1}.$$

ここで $F_1(R) \propto R^{1-a_1}$, $F_2(R) \propto R^{1-a_2}$, a_1 は表面張力によるもの、 a_2 は thermal force によるものを表す。 Q に対して F と同様に $\gamma - 1 = \gamma'$ の仮定

$$Q = Q_0 R^{\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2}} \quad (4)$$

と仮定する。 a_1 と a_2 を $a_I = a_1$ と

$$\frac{d}{dt} R = \frac{1}{1+Q_0} (F_1(R) + Q_0 F_2(R)) \quad (5)$$

$a_I = a_2$ と

$$\frac{d}{dt} R = (A_1 F_1^{-1}(R) + A_2 F_2^{-1}(R))^{-1} \quad (6)$$

となる。 A が (5) では R の成長速度はより大きい A を持つ R の $\rightarrow \infty$ と cross over し、 (6) ではより小さい A を持つ R の $\rightarrow \infty$ と cross over する。 この二つの場合も現実の観測されており、方程式 (3) が現実的であることばかりである。 (3) は一般に $\lim_{t \rightarrow \infty} R \propto t^{a_I}$ を与え、これより $t \rightarrow \infty$ の極限 R が存在し A は最大値 A_1 に移行するとは限らないことばかりである。

R の成長速度は平均のベキ $a = a_I$ を持つことばかりではないことばかりである。 a_I を計算することは又別の問題である。 局所的にも (5) 又は (6) が成立し、且つ dt_1, dt_2 が十分長い ($\approx 0(t)$) と考えれば、近似的に a_I を求めることも出来る。 これを w

$$a_{I1} = w_1 a_1 + w_2 a_2 \quad (7a)$$

$$a_{I2} = (w_1 a_1^{-1} + w_2 a_2^{-1})^{-1} \quad (7b)$$

を得る。 ここで a_{I1} は高温で、 a_{I2} は低温で成り立つと考えること出来る。 w_1 は表面張力が有効であるクラスターの配置が実現する確率。 $w_2 = 1 - w_1$ 。 近似的に高温では

$$w_1 = \text{Min.} [z^{\beta-1}, 1] \quad (8)$$

これは球を close-pack させたときの nearest neighbor にある球の数。 p は relaxation system での species の数, 2成分液体では少成分の volume fraction の逆数である。高温では(7)(8)の計算機実験や1部の液体の実験をよく説明する。低温ではこれらのほか a_2 及 w_1 の温度依存性を考慮しなければならぬ。 a_2, w_1 の高温における値はすべて界面の動きやすさと関係することと考慮される

$$a_2(T) = a_2 f(T), \quad w_2(T) = w_2 f(T)$$

$$f(T_c) = 1$$

と置くことができる。

結論 クラスターの成長において単一のメカニズムが支配する場合と、複数のメカニズムによって成長が支配される場合とがある。後者は場合によってはクラスター成長が lock されることがある。より小さい成長速度へのクロスオーバー、より大きい成長速度へのクロスオーバー、と2種類類のクロスオーバーが存在することから、その中間的なるものは現実には存在すべきである。

参考文献

- クラスターの成長の locking に関する理論
 I.M. Lifshitz, Sov. Phys. JETP 15, 939 (1962)
 S.A. Safran, Phys. Rev. Lett. 46, 1581 (1981)
- Intermittency に関する
 H. Furukawa, Phys. Lett. 98A, 361 (1983)
 Phys. Rev. A (in press)
- Crossover, locking-in の実験に関する。
 高温で「小さい a_2 から大きい成長速度への Crossover に関する。例として液体」
 H.C. Wong and C.M. Knobler, Phys. Rev. A 24, 3205 (1981) 及びその引用文献。合金では S. Kafano and M. Mizumi, Preprint 及び 58年度日本物理学会予稿集(金属)
 低温で「大きい成長速度から小さい成長速度への Crossover に関する。例として」
 S. Komura, 他 Physica 120B, 397 (1983). M. Furusaka, 他 Physica 120B, 383 (1983).
- 中間の a_2 への Crossover する計算機実験
 P.S. Sahni et al, Phys. Rev. Lett 50, 263 (1983) and Phys. Rev. B 28 2705 (1983)
 A. Saiz and K. Binder, Phys. Rev. Lett. 51, 679 (1983) and Preprint.