自然における分岐現象とカオスの発生

京大基研　蔵本由紀

本論では、決定論的発展方程式に従う散逸系を考察し、(1)一般的な力学系の立場からは、いかなる分岐のタイプ、及びカオスに至るいかなるシナリオが構造安定であるか、又、物理系固有の対称性によって、特殊な分岐型と見えたものがいかに安定化されるか、(2)通常の分岐理論の有用性の限界は何か、又それに対してどのような拡張が可能か、の二つの問題について検討した。以下は主な論点の抽出である。

1° 常微分方程式への変換　有限領域に閉じ込められた系が一般に偏微分方程式に従う場合、それを無限次元の常微分方程式系に変換する通常の方法を述べる。2° 定常状態からの分岐 ― 一般的な臨界状況　定常状態周りの線型系における固有値の分布と基準状態の安定性との関係、及び不安定化の2つの典型的タイプを述べる。3°「余次元」の概念　不安定化や分岐のタイプの"一般性"をより明確にする為に、余次元（codimension）の概念を導入する。4° 定常状態からのソフトな分岐　固有値λ=0となるソフトな不安定化タイプにおいては、saddle-node分岐が最も一般的（codim. 1）である。pitchfork分岐はcodim. 2であるが、物理系のもつ対称性ゆえに、この型を示す系は実に多い。いずれの型においても運動の一次元化が起り、その標準形が知られている。5° 定常状態からのハードな分岐（Hopf分岐）　運動の二次元化が起り、その標準型が知られている。6° 余次元2の縮退した分岐　カオスとの関連で余次元2の縮退した分岐を考察することの意義を述べる。7° ポアンカレ写像　Hopf分岐によって生じた閉軌道からの分岐を考察する手段として、Poincaré写像を導入する。8° 閉軌道からのソフトな分岐　Saddle-node分岐及びsubharmonic分岐（即ちperiod-doubling分岐）が共にcodim. 1で最も一般的である。9° 閉軌道からのHopf分岐　一般にトーラス運動が生じる。10° 閉軌道からカオスへの直接的移行　trivialな場合（一次相転移的な場合）とnon-trivialな場合とがある。後者はintermittencyと呼ばれるものである。11° カオスへ至る安定なシナリオとしての2ⁿ分岐　このシナリオに対するくり込み群の方法とシナリオの安定性との関係を述べる。ノイズはrelevantな変数であり、このシナリオを不安定化する。12° トーラスからカオスへの転移　このルートは一般に安定ではなく、2ⁿ分岐又はintermittencyが間に介在する場合が一般的である。13° 系の対称性とシナリオの安定化　例として空間反転対称性を有する系における異常な2ⁿ分岐の例を挙げる。14° 空間的に大きな広がりをもつ系における分岐理論の限界とその解決 ― 方法Ⅰ　不安定化が波長∞のdisturbanceによって生じる場合、無限に縮退した分岐となって通常の方法は使えない。この場合、定常状態からの分岐に対しては、多重尺度展開法が考案され、Ginzburg-Landau型の方程式が導かれる。14° 方法Ⅱ ― 同じくwide systemにおいて、すでに対称性の破れた状態が出現している場合、それからの分岐に対してはphase dynamicsの方法が有効である。（ref. Y. Kuramoto, Prog. Theor. Phys. Vol. 71 No. 6 (1984)）.