

海と陸の非対称性について

筑波大学物理工学系 小川 泰

「形の物理学」「形の科学」を主張する立場でフラクタル理論の拡張を試みる。また、その際着目する対称性に関連して、空間次元によるトポロジ的性質の違いにも言及する。

1 海岸線は海と陸の境界線

自己相似性を振りどころとして構造の複雑さを表現しようというフラクタル理論の説明に、しばしば、海岸線の長さが引き合いにだされる。このときに着目しているのは、「極微の構造をもつ到る所微分不能な曲線」ということであって、この理論そのままでは、海岸線という内容にたちいることに限界がある。

いうまでもなく海岸線は、海と陸の境界線である。海岸線形成における海と陸の役割は同じではない。境界線で区切られた二つの領域のどちらを海と見たても不自然さはないだろうか？ それは、尺度に依ることかも知れない。常識的に考えても、砂浜のある海岸では陸が凹で、海が凸である。陸が凸な部分は岩石質であろう。入道雲の場合も、雲と空をいれかえたら明らかに不自然である。

自然界のさまざまな形や構造を扱う幾何学を目指すフラクタル理論としては、複雑さの表現の次になすべきことは、自己相似であることから、あるいは自己相似でないことから成因機構についての情報を読みとることであろう。それによって、数学としての幾何学から科学としての幾何学へと進むことができる。その意味で、海と陸との立場の相違を表現しうる量を導入することは望ましい。具体的には、曲率中心がどちらにあるかも含めての曲率の分布が有効であろう。現在、日本の海岸線についての測定を準備中である。中野氏による日本のリアス式海岸のフラクタル解析【1】によると、約1kmの尺度を境にしてフラクタル次元の値が変化するとの事である。この1kmという値の意味を理解する上でも、海と陸の非対称性に着目することは有意義であろう。どのような場合にどのような尺度で非対称性が現われるか？興味深い。

2 平面曲線は特殊

実は、このような意味での非対称性は、到る所にある。但し、二次元以上の場合には空間のトポロジ的性質から非対称性の存在は当然であるが、平面曲線の場合は特殊で、曲率などを使って表現せねばならない、ということである。

平面曲線の凹凸は、変曲点を境にして交互に現れるので、凸領域の数と凹領域の数の差は高々1であるが、曲面での凸領域の数と凹領域の数の間の関係は、そう簡単ではない。例えば、二次元系で密度の均一性が破れて三角格子が生ずるとき、低密度中心の空間配置は蜂の巣格子になっている。つまり、高密度と低密度の間の対称性は、この場合、破れている。

六角形の Benard cell で、この対称性が破れていることは、見過ごされがちである。下降中心の数は上昇中心の数の倍あり、流れの向きを逆転すると、別のものになる。この

非対称性は、一体、何に起因するのだろうか？

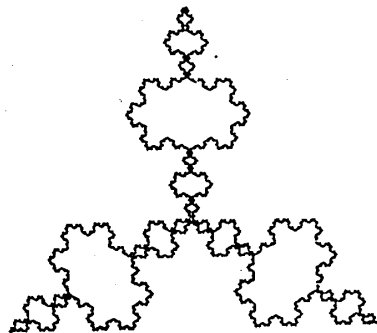
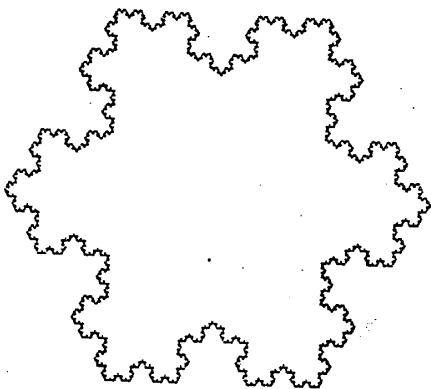
地形図上で、山の個数と谷の個数は一般に異なる。このことは、トポロジー的には当然のことであるが、地形形成における水の役割などを読みとることも可能であろう。河川をいわゆる Hortonの法則によって枝わかれパターンとしての解析【2】を行うことによって、実は、地形全体を特徴づけることも可能であろうが、稜線の枝分かれパターンと、河川の枝分かれパターンが全く同等ということにはありえない。河川は、いずれは海に到達するが、稜線は山頂で終わり、山頂の数に制限はない。

AgIの超イオン伝導相では、Agイオンは体心立方格子を組み、IイオンはKelvin 14面体の作る networkの分岐点上に分布している。これらのイオン数の一致にもかかわらず、格子点数は一致せず、このことが、Agイオンの易動性を保証している。この事情は、三角格子と蜂の巣格子の間の関係の三次元版と見なす事もできる。

宇宙の大域構造について、低密度域が拡大するという見方があり、低密度中心の集合についての Voronoi分割の稜線 network が物質分布だという説【3】があるが、等密度面のトポロジーの一般的可能性から論じることでもできよう。Fermi面のトポロジーが電子密度とともに変わりうる事を知っている固体物理学者にとっては、考えやすい見方といえよう。

3 むすび

フラクタル次元は構造の複雑さを定量化し、形の問題への関心を呼び起こした点で重要な概念であるが、何次元と表現しただけでは、さ程の意味はない。海と陸の立場の差を捨象した、いわば、抜け殻の骸骨曲線だけに目を奪われ、別の見方が出来にくくなってしまうならば、形の科学としては、墜落というべきであろう。上にあげた例の多くは、フラクタル次元とは無縁であるが、曲面等での準自己相似図形でも、曲率分布の非対称は問題になりうる。



第1図 Mandelbrotによる Koch 島 第2図 同じフラクタル次元の Koch 群島
(第1図と第2図では海と陸の立場が入れ変わっている)

作図は 吉川泰文、中島幸久 両君の協力による。

参考文献

- 【1】 T.Nakano: Ann.Rep., Inst.Geosci., Univ.Tsukuba, no.9, 75 (1983).
- 【2】 徳永英二: 物性研究 36, A32 (1981)
- 【3】 T.Matsuda: to be published in Prog.Theor.Phys. (1984)