

Title	対流系における局所エントロピー生成速度II
Author(s)	高山, 光男
Citation	物性研究 (1985), 43(4): 141-152
Issue Date	1985-01-20
URL	<a href="http://hdl.handle.net/2433/91502">http://hdl.handle.net/2433/91502</a>
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

## 対流系における 局所エントロピー生成速度 II

東邦大・薬 高山 光 男

(1984年12月5日受理)

### 要 旨

対流系における総括的な熱流束, 熱輸送係数, 局所エントロピー生成速度が, 対流速度と波長の関数として求められた。実験との比較により, レイリー数とヌッセルト数との関係が対流速度と波長の関数として求められ, 実験結果の理論的解釈がなされた。さらに熱流束に関して等価な対流モードの数とレイリー数との関係, または局所エントロピー生成速度との関係が議論され, 等価な対流モードの数は非平衡の程度とともに増加することが結論された。

### § 1. はじめに

前報<sup>1)</sup>において我々は, 対流系における局所エントロピー生成速度を

$$\sigma[S] = -\rho c_p v_z \left( \frac{\Delta \ln T}{\Delta Z} \right) \geq 0 \quad (1)$$

のように与えた。但し, 密度  $\rho$  はいま考慮した。この式は本質的にグランスドルフとプリゴジン<sup>2)</sup>による形式

$$\begin{aligned} \sigma[S] &= \rho h v_z \left( \frac{\partial T^{-1}}{\partial z} \right) \\ &= -\rho c_p v_z \left( \frac{\partial \ln T}{\partial z} \right) \geq 0 \end{aligned} \quad (2)$$

と一致している。ここで, (2)式中の記号は(1)式との対応づけのために書き換えてある。これらの式は各熱源との接触によって生じる熱の伝導輸送に要する時間を無視することによって導かれるが, このことは対流系における水平運動を無視しているのと同じ意味である。この近似は本質的な欠陥であり, このためにこれらの式を実際の対流系や正しい理論の中に用いることはできない。

本稿では, 水平運動を考慮することによって実験と直接に比較することのできる総括的な熱

流束を求める。しかしこのために、気体分子運動論からのアナロジーによって簡単なモデルが用いられる。この単純化によって厳密性が失なわれるが、実験結果の理論解釈が容易にできることが示される。最終的に、線形非平衡熱力学から形式的に対流系における総括局所エントロピー生成速度が定式化される。

§ 2. 対流系における熱輸送モデル

簡単にいえば対流系は、温度の異なる二つの平衡熱力学系とそれらに上下から挟まれた一つの流体力学系から構成されていると考えることができる(図1参照)。これらすべてを合わせた全体系を非線形非平衡熱力学系と呼び、対流がない場合には線形非平衡熱力学系と呼ぶ。

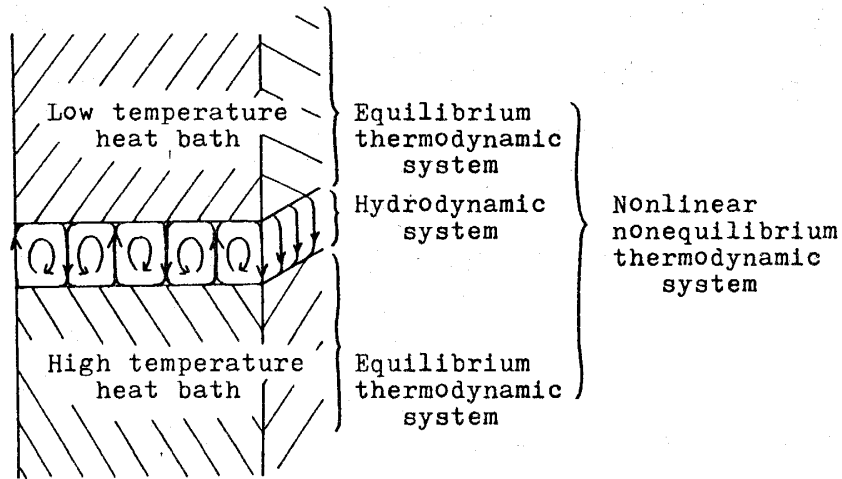


図1 三つの部分系から構成される対流系

また対流セルの半分だけに注目すると、熱輸送の機構には伝導輸送と対流輸送の他に、粘性応力にともなう内部熱発生による輸送がある(図2参照)。粘性の効果は、対流運動の始まる初期過程や定常的な対流状態においてゆらぎの減衰や対流速度に制限をもたらすが、以下では

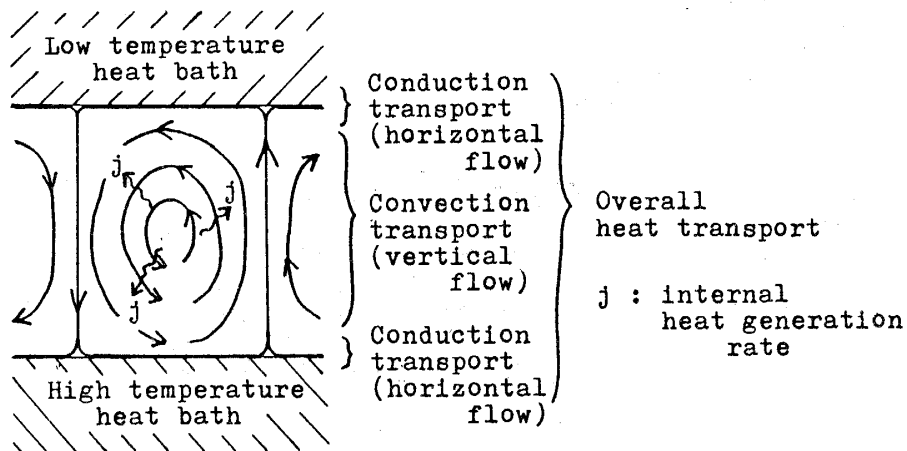


図2 対流系における熱輸送形態

簡単化のために内部における流速勾配が存在しないようなモデルを考える。すなわち内部熱発生はない。

対流セルの半分だけに注目し、熱輸送にとって効果的な厚さ  $d_0$  をもつ流体の循環運動を考える。図3に深さ  $D$ 、波長  $2L$  のモデル化された対流系を示す。 $d_0$  をどの程度に選ぶかには任意性があるが、我々は、体積  $d_0^3$  の系は一般に線形非平衡系であると考えている<sup>3)</sup>。そのような系内ではフーリエの熱流のような線形流れの生じている可能性があり、温度や密度は体積  $d_0^3$  の系内において場の量  $T = T(r, t)$ 、 $\rho = \rho(r, t)$  になっている。位置ベクトル  $r$  は線形系に固定された座標中で定義されていて、対流系に固定された座標中の位置ベクトル  $R$  よりも低次の階層に属している。すなわち図3の斜線部分の流体の温度や密度、エンタルピーなどは、位置  $R$  において平均値の意味をもっている。

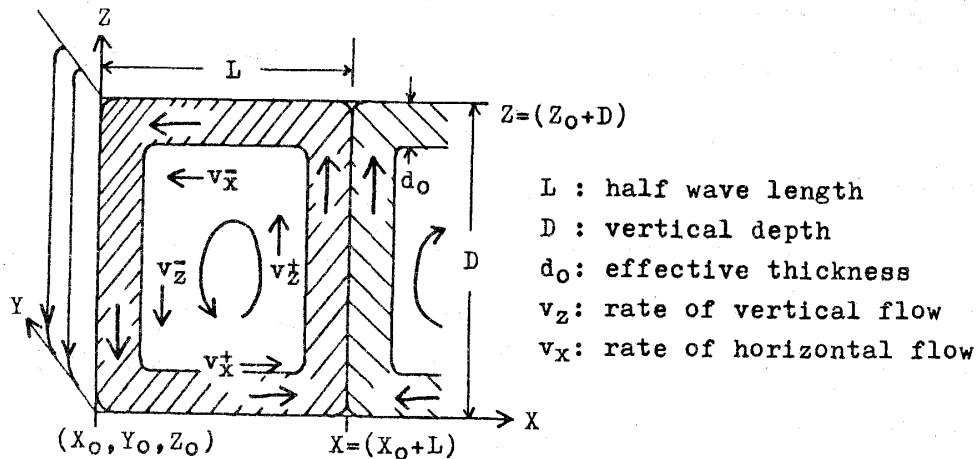


図3 モデル化された対流セルの半分

$$\bar{T} = \bar{T}(R), \quad \bar{\rho} = \bar{\rho}(R), \quad \bar{h} = \bar{h}(R) \quad (3)$$

一般にある位置  $R$  と時刻  $t$  における平均熱力学量は新しい場の量であって、例えば流体のエンタルピー密度は

$$\overline{\rho c_p T} = \bar{\rho}(R, t) \bar{c}_p(R, t) \bar{T}(R, t) \quad (4)$$

のように表わされる。

対流系において流体のある一点に注目すると、その位置の流体が総括的な熱輸送を完了するためには次の三つの段階を経なければならない。すなわち

- 1) 下部熱源と接して、伝導によって熱を吸収し膨張しながら不安定な密度に達するまでの距離  $L$  を運動する。
- 2) 下部熱源とほぼ同じ温度に達した流体は、温度一定のままで浮力によって上部熱源まで

の距離  $D$  を上昇運動する。

- 3) 下部熱源の温度をもった流体は上部熱源と接して、伝導によって熱を放出し収縮しながら不安定な密度に達するまでの距離  $L$  を運動する。

ここで注意しておかなければならないことは、我々のモデルにとって実際に運動する距離は次のようになるということである。

$$L' = (L - d_0)$$

$$D' = (D - d_0)$$

$d_0$  は一定と仮定している。しかし以下の計算では簡単化のために、記号  $L$  と  $D$  をそのまま用いて議論を進める。

総括的な熱流束と熱輸送係数を求める前に、以上のモデルを用いて垂直方向の運動だけを考慮した基本的な式を導いておく。アナロジーとして気体分子運動論の方法を用いる。

### § 3 対流系における熱流束

気体分子運動論で熱伝導係数を求めるためには、すべての分子が同じ速度で平均自由行程  $d$  の距離を運動し、分子間衝突の際のエネルギー交換は完全かつ瞬間的に起こるとして理想的な議論を進める。いま、位置  $z_0$  から  $z_0 + d$  までの距離を正方向に輸送される内部エネルギー  $u$  を考えると、正味の熱流束は

$$\vec{w} = \rho(z_0) u(z_0) \vec{v}_z - \rho(z_0 + d) u(z_0 + d) \overleftarrow{v}_z \quad (5)$$

のように与えられる。密度や内部エネルギーは場の量なので平均値を用いて、さらに平均速度と空間的方向性を考慮した温度勾配  $\vec{\beta} > 0$  を用いれば、(5)式は次のように書くことができる。

$$\left. \begin{aligned} \vec{w} &= -\bar{\rho} \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial T} \right) \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right) \overline{v}_z d \\ &= (\bar{\rho} \overline{c_v} \overline{v}_z d) \vec{\beta} \\ &= \vec{\lambda} \vec{\beta} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

固定座標中で温度勾配を反転 ( $\vec{\beta} \rightarrow \overleftarrow{\beta}$ ) させると、 $\bar{\rho}$ ,  $\overline{c_v}$ ,  $\overline{v}_z$ ,  $d$  は不変のまま、熱流束の反転 ( $\vec{w} \rightarrow \overleftarrow{w}$ ) が生じる。このとき明らかに一つの相反関係

$$\vec{\lambda} = \overleftarrow{\lambda} \quad (7)$$

が存在する。但し、温度勾配と熱流束については次のような反対称関係がある。

$$\vec{\beta} = -\overleftarrow{\beta}, \quad \vec{w} = -\overleftarrow{w} \quad (8)$$

以上は乱雑な分子運動を素過程とする一般的な輸送現象に対して用いられる粗い方法であるが、これを対流系に適用する場合の困難は輸送が連続流体によって行なわれているという点である。このアナロジーから得られるモデルは、対流系における水平方向の運動距離が無小の極限の場合に対応している。しかしここでは、この極限の場合を考えて議論を進める。

対流系では、単位流体によってエンタルピーが輸送されると考えられるので、鉛直上方への正味の熱流束は

$$\vec{W} = \bar{\rho}(Z_0) \bar{h}(Z_0) \mathbf{v}_z^+ - \bar{\rho}(Z_0 + D) \bar{h}(Z_0 + D) \mathbf{v}_z^- \quad (9)$$

のように与えられる。ここで、平均密度と平均エンタルピーは新しい場の量である。対流系においては密度勾配が重要な役割を果たしているが、熱流束の値に対して大きな影響を与えないと仮定すれば、さらに位置  $Z_0$  と  $Z_0 + D$  とにおける平均をとることにより、(9)式は次のように書き進めることができる。

$$\begin{aligned} \vec{W} &= -\overline{\overline{\rho}} \left( \frac{\partial \bar{h}}{\partial T} \right) \left( \frac{\partial T}{\partial Z} \right) \bar{\mathbf{v}}_z D \\ &= (\overline{\overline{\rho c_p}} \bar{\mathbf{v}}_z D) \vec{\beta}_A \\ &= \vec{A} \vec{\beta}_A \end{aligned} \quad (10)$$

ここで、記号  $\overline{\overline{\rho}}$  は位置  $r$  に関してと位置  $R$  に関してと二回平均をとったことを意味している。また温度勾配  $\vec{\beta}_A$  は微分係数ではなく、次のような差の形式で与えられている。

$$\vec{\beta}_A = -\left( \frac{\Delta T}{\Delta Z} \right) = \frac{T(Z_0) - T(Z_0 + D)}{D} \quad (11)$$

この形式から(10)式をまとめると、熱流束が深さ  $D$  に依らないことがわかる。

$$\vec{W} = -(\overline{\overline{\rho c_p}} \bar{\mathbf{v}}_z) \Delta T \quad (12)$$

ここで、 $\bar{\mathbf{v}}_z$  は垂直方向の平均対流速度である。対流系では、温度勾配の反転 ( $\vec{\beta}_A \rightarrow \overleftarrow{\beta}_A$ ) は対流運動を停止させるので、(10)式からわかるように相反関係は成立しない。

$$\vec{A} \neq \overleftarrow{A} = 0 \quad (13)$$

以上には  $L \rightarrow 0$  の極限の場合の対流系における熱流束と熱輸送係数が求められた。この極限操作の正しいことが次に示される。次には水平方向の運動を考慮して、対流系における総括的

高山光男

な熱流束と熱輸送係数を求める。

#### § 4 対流系における総括熱流束

(10)式に対して水平流を考慮するには、有限の長さ  $L$  を運動するのに必要な時間  $\Delta t_x$  を平均対流速度  $\bar{v}_z$  の分母に加えればよい。下部熱源と上部熱源とを考慮すると、実質的な平均速度は次のように表わすことができる。

$$\bar{v}'_z = \frac{D}{\Delta t_z + 2\Delta t_x} \quad (14)$$

ここで、水平方向への運動時間は平均速度  $\bar{v}_x$  と距離  $L$  とから次のように求められる。

$$\Delta t_x = \frac{L}{\bar{v}_x} \quad (15)$$

これから(14)式をまとめると

$$\bar{v}'_z = \left( \frac{D\bar{v}_x\bar{v}_z}{D\bar{v}_x + 2L\bar{v}_z} \right) = \bar{v}_z \left( \frac{1}{1 + \frac{2L\bar{v}_z}{D\bar{v}_x}} \right) \quad (16)$$

のように書くことができる。これを、(10)式中の平均速度と置き換えれば

$$\begin{aligned} \vec{W} &= \vec{\lambda} \left( \frac{1}{1 + \frac{2L\bar{v}_z}{D\bar{v}_x}} \right) \vec{\beta}_A \\ &= \vec{\lambda}' \vec{\beta}_A \end{aligned} \quad (17)$$

のような総括熱流束の式が得られる。さらに書き換えると次のような理解しやすい式になる。

$$\vec{W}' = -\frac{\bar{\rho}\bar{c}_p}{1 + \frac{2L\bar{v}_z}{D\bar{v}_x}} \left( \frac{\bar{v}_z}{2L\bar{v}_z} \right) \Delta T \quad (18)$$

$$\simeq -\frac{\bar{\rho}\bar{c}_p}{1 + \frac{2L}{D}} \left( \frac{\bar{v}}{2L} \right) \Delta T \quad (19)$$

ここで、(18)式から(19)式へ移るのに次のような近似を用いた。

$$\bar{v} = \bar{v}_x \simeq \bar{v}_z \quad (20)$$

(18)式をみればわかるように、極限操作した式(12)が  $L$  にも  $D$  にも依らないのに対して、 $L$  と  $D$  の比に依存している。(17)式を用いて極限操作を行なうと

$$\vec{w}' = \vec{\lambda}\vec{\beta}_d = \vec{w} \quad \left(\frac{2L}{D} \rightarrow 0\right) \quad (21)$$

$$\vec{w}' = 0, \quad \vec{\lambda}' = 0 \quad \left(\frac{2L}{D} \rightarrow \infty\right) \quad (22)$$

これらの操作はそれぞれ、一つの対流セルを縦方向に引き伸ばした極限と横方向に引き伸ばした極限とに対応している。この意味で、我々のモデルは物理的妥当性をそなえていると考えられる。さらに詳しい議論を進めようとするならば、平均的な対流速度  $\bar{v}$  と  $L$  とを理論的に求める必要がある。これについては最後に簡単な議論を行なう。

次には、(19)式と実験事実との比較検討を行なう。

### §5 実験事実の理論的解釈

ここでは、(19)式と比較しやすい実験として Ukaji と Sawada<sup>4)</sup> の報告を用いる。彼らは、深さ  $D = 42(\text{mm})$ 、巾 ( $X$ 方向)  $= 284(\text{mm})$ 、奥行 ( $Y$ 方向)  $= 9.8(\text{mm})$  の容器にアルミニウムの粉を混ぜたシリコン油を入れ、さまざまなレイリー数における対流セルの数とヌッセルト数との関係を調べた。ここで、レイリー数  $R_a$  とヌッセルト数  $N_u$  は次のように表わされる無次元量である。

$$R_a = \frac{g\alpha D^3 \Delta T}{\kappa\nu} \quad (23)$$

$$N_u = \frac{\vec{w}'}{w_0'} \quad (24)$$

ここで、 $g$  は重力加速度、 $\alpha$  は熱膨張係数、 $\kappa$  は温度伝導係数、 $\nu$  は動粘性係数、 $\vec{w}_0'$  は基準とする伝導熱流束をそれぞれ意味している。彼らは、臨界レイリー数以上において、 $N_u$  が  $R_a$  とともに増加することと対流セルの数  $n$  もまた増加する傾向にあることを見出した。後者の結果は、 $R_a$  とともに波長  $2L$  の減少することを意味している。しかし、この傾向は実験者によって異なっており、結局、波長は  $R_a$  とともに減少することも増大することもあるとされている<sup>5)</sup>

いま(19)式に、(23)式と(24)式とを適用すると  $R_a$  と  $N_u$  との関係式が次のように得られる。

$$N_u = \frac{\bar{\rho} c_p \kappa \nu}{\vec{w}_0' g \alpha D^3} \left( \frac{\bar{v}}{1 + \frac{2L}{D}} \right) R_a \quad (25)$$

ここで、(19)式の場合には  $\Delta T < 0$  のように決めてあるので負の符号は消える。Ukajiらの実験条件  $D = 42(\text{mm})$  とこの実験における対流セルの数  $n$  のための式



$$n = \frac{284(\text{mm})}{2L(\text{mm})} \quad (26)$$

とを(25)式に代入すれば、次のように簡単に書くことができる。

$$N_u = K \left( \frac{\bar{v}}{1 + \frac{6.76}{n}} \right) R_a \quad (27)$$

これより明らかに

$$\left( \frac{\partial N_u}{\partial R_a} \right) > 0 \quad (28)$$

であることがわかる。これは、Ukaji らの実験結果の一つを定性的に証明するものであるが、厳密には  $\bar{v}$  と  $n$  が  $R_a$  の関数としてわかっていなければならない。

彼らのもう一つの実験結果は非常に興味深いものである。それは、 $R_a$  に対する波長の変化というよりも、むしろ対流セルの数  $n$  のバラつき  $\delta n$  の変化である。実験結果の例を次にあげる。

$$\left\{ \begin{array}{l} R_a = 4.9 \times 10^4, N_u = 1.6 : n = 8 \sim 10 (\delta n = 2) \\ R_a = 7.2 \times 10^3, N_u = 7.9 : n = 11 \sim 16 (\delta n = 5) \\ R_a = 1.0 \times 10^7, N_u = 15.5 : n = 12 \sim 21 (\delta n = 9) \end{array} \right\}$$

$R_a$  と  $\delta n$  との間のこのような傾向は、Busse と Whitehead<sup>6)</sup> の実験にも見ることができる。上の実験結果の一つを(27)式から理解してみると、新しい定数  $K'$  を用いて

$$\bar{v} = K' \left( 1 + \frac{6.76}{n} \right) \quad (29)$$

より、波長  $2L$  または対流セルの数  $n$  が変化するのとは、対流速度  $v$  が変化するのと同じ意味をもっていることがわかる。このことから、対流実験においては  $R_a$ ,  $N_u$ ,  $n$  の測定と同時に、これらに対応した速度  $v$  も測定しなければ真の意味がないことがわかる。

バラつき  $\delta n$  は、 $R_a$  と  $N_u$  が定まっている時の等価な対流モードの数  $N$  として考えることができる。これは関数

$$N = N(R_a, N_u) \quad (30)$$

のように表わすことができ、実験事実より

$$\frac{\partial(\delta n)}{\partial R_a} = \frac{\partial N(R_a, N_u)}{\partial R_a} > 0 \quad (31)$$

である。これから、(28)式を詳しく書き換えると次のように表わすことができる。

$$\left(\frac{\partial N_u}{\partial R_u}\right) = \left(\frac{\partial N_u}{\partial N}\right) \left(\frac{\partial N}{\partial R_a}\right) > 0 \quad (32)$$

この式は、対流系における熱流束  $\vec{w}'$  は、 $R_a$  に関して等価な対流モードの数  $N$  が多ければ多いほど大きいことを表わすものである。ここではこれ以上の議論は進めないが、さらに研究する価値のあることと思われる。

## § 6 対流系における総括局所エントロピー生成速度

線形非平衡熱力学では、一般に局所エントロピー生成速度は

$$\begin{aligned} \sigma[S] &= \sum_{\alpha} J_{\alpha} X_{\alpha} \\ &= \sum_{\alpha} \sum_{\beta} L_{\alpha\beta} X_{\beta} X_{\alpha} \geq 0 \quad (\alpha, \beta = 1, 2, \dots) \end{aligned} \quad (33)$$

のように表わされる。連結現象がなく ( $\alpha = \beta$ )、フーリエの熱伝導だけの場合、熱流束  $J_1$  は次のように書かれる。すなわち  $Z$  方向に関して

$$J_1 = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial z}\right) = -\frac{L_{11}}{T^2} \left(\frac{\partial T}{\partial z}\right) \quad (34)$$

このとき熱力学的力  $X_1$  は

$$X_1 = -\frac{1}{T^2} \left(\frac{\partial T}{\partial z}\right) = \left(\frac{\partial T^{-1}}{\partial z}\right) > 0 \quad (35)$$

のように定義されるので、局所エントロピー生成速度は

$$\sigma_1[S] = J_1 X_1 = L_{11} X_1^2 = L_{11} \left(\frac{\partial T^{-1}}{\partial z}\right)^2 \geq 0 \quad (36)$$

のように書かれる。これらの式には、フーリエの線形現象論式が用いられており、流れ  $J_1$  と力  $X_1$  との間にも線形関係が仮定されている。(34)式と(35)式から、局所エントロピー生成速度は次のように書くこともできる。

$$\sigma_1[S] = \frac{\lambda}{T^2} \left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)^2 = \frac{\lambda}{T^2} \beta^2 \geq 0 \quad (37)$$

さて、対流系では熱流束と温度勾配との間に簡単な線形関係はないが、対流状態において波長と対流速度との間に対応関係(29)のあることがわかっているのので、(17)式の輸送係数  $\vec{w}'$  は一定に保たれる傾向のあることがわかる。このことは、 $\vec{w}'$  が  $L$  に大きく依存しないという Ukaji らの報告と一致するものである。すなわち、(17)式は流れと力との間の一種の線形関係とみなすことができる。これを線形熱力学の式(37)に形式的に適用すると、対流系における総括局所

エントロピー生成速度の式を得ることができる。すなわち

$$(38) \quad \sigma[S]' = \frac{\vec{A}' \cdot \vec{A}'}{T^2 \beta_A^2} \geq 0 \quad (38)$$

これを(19)式を用いて書き直すと

$$(39) \quad \sigma[S]' = -\frac{\bar{v}}{\rho c_p} \Delta T \left( \frac{\bar{v}}{2L} \right) \left( \frac{\Delta T^{-1}}{D} \right) \geq 0 \quad (39)$$

のようになる。不等号は  $\Delta T < 0$  の場合に、等号は  $\Delta T = 0$  の場合にそれぞれ対応している。このことは、エントロピー生成速度が熱輸送よりもむしろ二点間の温度差に関係した量であることを教えてくれるものである。また一方で、(19)式からもわかるように熱流束がその空間的定義域に陽に依存しないのに対して、エントロピー生成速度は定義域  $D$  に直接に依存していることがわかる。このことは、すでに線形系における研究で指摘されていることである<sup>7)</sup>

(39)式をレイリー数  $R_a$  を用いて書き直すのは簡単なことである。すなわち、定数  $K''$  を用いて

$$(40) \quad \sigma[S]' = K'' \left( \frac{\bar{v}}{1 + \frac{2L}{D}} \right) \left( \frac{\Delta T^{-1}}{D} \right) R_a \geq 0. \quad (40)$$

$\sigma' \equiv \sigma[S]'$  を用いれば

$$(41) \quad \left( \frac{\partial \sigma'}{\partial R_a} \right) > 0 \quad (41)$$

または(31)式を用いれば

$$(42) \quad \left( \frac{\partial N}{\partial R_a} \right) = \left( \frac{\partial N}{\partial \sigma'} \right) \left( \frac{\partial \sigma'}{\partial R_a} \right) > 0 \quad (42)$$

となつて、等価な対流モードの数  $N$  は総括局所エントロピー生成速度  $\sigma[S]'$  とともに増加することがわかる。このことは、対流モードの縮退度が非平衡の程度とともに増すことを意味している。

## §7 おわりに

本稿では、非常に簡単なモデルを用いて対流系における総括的な熱流束、熱輸送係数そして局所エントロピー生成速度を求めた。

しかしながら対流系には、この他に解決すべき多くの問題が残されている。その一つは、波長  $2L$  と伝導熱流束  $\vec{w}$  との関係である。簡単な議論をしておくと、対流系で伝導が問題とされ

るのは熱源と接した距離  $L$  の水平運動部分である。一般に温度勾配は水平方向の位置  $X$  の関数であって、その変化率は

$$\frac{\partial \vec{\beta}}{\partial X} = - \frac{\partial}{\partial X} \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right) \leq 0 \quad (43)$$

のようであると考えられる。ここで、不等号は流体と熱源との間に温度勾配が存在する場合を、等号は水平運動の終りの位置で流体と熱源の温度がほぼ等しくなっている場合にそれぞれ対応している。同様にして熱流束の変化率も次のように書くことができる。

$$\frac{\partial \vec{w}}{\partial X} = - \lambda \frac{\partial}{\partial X} \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right) \leq 0 \quad (44)$$

この式に、水平方向への平均対流速度  $\vec{v}_x$  を掛ければ

$$\frac{d\vec{w}}{dt} = \left( \frac{\partial \vec{w}}{\partial X} \right) \vec{v}_x = - \lambda \left\{ \frac{\partial}{\partial X} \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right\} \frac{dX}{dt} \leq 0 \quad (45)$$

のような時間変化の式になる。対流系にとって不安定な密度に達するまでに吸収または放出しなければならない熱量は決まっているので、流体が与えられれば熱流束の変化量も一定になってしまう。すなわち、

$$\Delta \vec{w} = \vec{w}(X_0 + L) - \vec{w}(X_0) = \text{一定} \quad (46)$$

この式は次のように表わすこともできる。

$$\Delta \vec{w} = \lambda \left( \frac{\partial \vec{\beta}}{\partial X} \right) \vec{v}_x \Delta t_x = \lambda \left( \frac{\partial \vec{\beta}}{\partial X} \right) L = \text{一定} \quad (47)$$

すなわち、 $\lambda$  を定数として温度勾配  $\vec{\beta}$  の  $X$  方向への変化率の絶対値が大きいほど  $L$  は小さくなる。または流体と熱源との間の伝導熱流束が大きいほど  $L$  は小さくなるといってもよい。このことは、対流系における総括熱流束と関連させてさらに研究する必要がある。

対流問題を厳密に理解するには、次のような一連の式を同時に考慮しなければならない。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) &= 0 \\ \rho_0 \frac{D\mathbf{v}}{Dt} &= -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{v} + \Delta \rho g \\ \frac{\partial T}{\partial t} &= -\mathbf{v} \cdot \nabla T + \lambda \nabla^2 T + \frac{j}{\rho c_p} \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

これらを、温度場、密度場、圧力場、速度場の方程式にして線形理論で解く方法<sup>8)</sup>や、それらの式をフーリエ展開したローレンツ模型<sup>9)</sup>を用いる方法は、解析的ではあっても熱力学理論

高山光男

と融合させるには困難である。我々是对流系の熱力学的理解を目的としているが、しかし、平衡状態から遠く離れた系を記述するための熱力学的方法論が発展段階にある現状では試行錯誤せざるを得ないであろう。熱力学的理解の未発達なこの状況の中で、対流問題はさらに先に進んで乱流またはカオス状態に興味が移行している<sup>10,11,12)</sup> この一方で我々は、巨視的乱雑状態までも扱うことのできる熱力学の発展に期待しているのである。

最後に、本稿を書くにあたって東京大学・理学部、鈴木増雄教授の研究室におけるセミナーでの有益な討論が役立っていることを付記しておく。

### 参考文献

- 1) 高山光男：物性研究, 42-6 (1984) 713.
- 2) P. Glansdorff and I. Prigogine: *Physica*, 30 (1964) 351.
- 3) 高山光男：物性研究, 41-6 (1984) 421.
- 4) K. Ukaji and R. Sawada: *J. Meteor. Soc. Japan*, 47 (1969) 451.
- 5) 木村竜治：天気, 18-10 (1971) 505.
- 6) F. H. Busse and J. A. Whitehead: *J. Fluid Mech.*, 47 (1971) 305.
- 7) 高山光男：物性研究, 41-6 (1984) 446.
- 8) L. E. Reichl; 鈴木増雄監訳：現代統計物理 下, (丸善, 1984) 603.
- 9) E. N. Lorenz: *J. Atoms. Sci.*, 20 (1963) 130.
- 10) 松葉育雄：日本物理学会誌, 35-9 (1980) 779.
- 11) J. P. Gollub and S. V. Benson: *J. Fluid Mech.*, 100 (1980) 449.
- 12) G. Ahlers and R. P. Behringer: *Prog. Theor. Phys. Suppl.*, 64 (1978) 186.