アトラクタの次元はアトラクタの「奇妙さ」の尺度として有用と言えるが図4(a)のように必ずしも少数自由度力学系の場合のような純粋なフラクタル構造とは限らない。このようなアトラクタの複雑な構造がまさに空間自由度に起因するものであるか，ノイズ等の他の原因によるものか今後物理的解釈が必要であると考えられる。

参考文献

1) for example
J. P. Gollub, S. V. Benson and J. Steinman, Ann. N. Y. Acad. Sci. **357** (1980) 22.
A. Libchaber and J. Maurer, J. de Phys. **41** (1980) C3-51.
M. Giglio, S. Musazzi and U. Perini, Phys. Rev. Lett. **47** (1981) 243.
M. Sano and Y. Sawada, *"Chaos and Statistical Methods"* ed. by Y. Kuramoto (Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York Tokyo 1984), P. 226.
2) P. Grassberger and I. Procaccia, Phys. Rev. Lett. **50** (1983) 346.
3) P. Grassberger and I. Procaccia, Physica **9D** (1983) 189.

ベナール対流における乱流発生の経路

広島大・理　八　幡　英　雄

2枚の水平な平行平板間に閉じこめられた流体を下から加熱した時発生する対流運動は，Rayleigh数 R・Prandtl数 σ・容器の縦横比・初期設定などの外部条件に応じて，時間的に定常的・周期的・非周期的な挙動を示す。特に容器の縦横比が小さい場合，R の徐々の増加に伴う対流の乱流への遷移は，有限自由度力学系の示す分岐列によって説明されることが知られている。ここでは，対流を記述する偏微分方程式系からGalyorkin法によって有限変数常微分方程式の模型を導びき，これによってどの程度乱流遷移の分岐列が記述できるかを考察する。

流体は間隔 d の平行平板間に閉じこめられているものとし，座標軸は水平方向 x, y，垂直方向上向きに z 軸をとる。熱拡散率を κ，熱膨脹率を α，重力定数を g，水平平板間の温度差を T_d とする。さらに ρ_0・T_0 を底の平板境界 $(z=-d/2)$ における密度・温度とする。体系を記述する基礎方程式は，流体の速度 u_i $(i=x, y, z)$，温度 $\theta=T-T_0+(T_d/d)(z+d/2)$，圧力 δp に対して次の形をとる（ただし $\underset{\sim}{\lambda}=(0, 0, 1)$）：

$$\partial_t u_i - \nu_0 \partial_j (1 + b T_d (z + d/2)/d) \partial_j u_i$$
$$+ (\alpha_1 - 2\alpha_2 T_d (z + d/2)/d) g \lambda_i \theta + \partial_i (\delta p/\rho_0) = - u_j \partial_j u_i,$$
$$\partial_t \theta - \kappa_0 \Delta\theta - (T_d/d) \lambda_j u_j = - u_j \partial_j \theta,$$
$$\partial_j u_j = 0.$$

ここで密度ρおよび動粘性率νに関する弱い温度依存性$\rho = \rho_0 (1 - \alpha_1 (T - T_0) - \alpha_2 (T - T_0)^2)$, $\nu = \nu_0 (1 - b \cdot (T - T_0))$以外はBoussinesq近似を用いている。以下non-Boussinesq効果を示すパラメタとして，$h_1 = b(T_d)_c$，$h_2 = (T_d)_c \alpha_2/\alpha_1$を用いる。境界条件としては，$\underset{\sim}{u}$に対しては固定（rigid），$\theta$に対しては水平壁で等温的・側壁で断熱的とする。

次にいくつかの計算例を示す。

1） 直方体容器の場合（容器の縦横比をΓ_x, Γ_yとする）。速度場を2個の互に垂直なロールを記述するモードによって展開し，このモード変数に関して全体で48変数の常微分方程式の模型を導びく。これを時間に関して数値積分して得た解の時系列は，例えばRの増加（→で示す）につれ次のような遷移を示す。

(a) $\sigma = 2.5$，$\Gamma_x = 2$，$\Gamma_y = 3.5$，$h_1 = h_2 = 0$の場合：周期解→準周期解（2個の独立振動数を含む）→非周期解。

(b) $\sigma = 2.5$，$\Gamma_x = 2$，$\Gamma_y = 3.5$，$h_1 = 0.01$，$h_2 = 0$の場合：周期解→準周期解→周期振動→非周期解。

2） 円筒容器の場合：容器の縦横比$\Gamma = 2$の場合，トーラス状の2個のロール解を空間的基本構造として，54変数の常微分方程式を導びく。$h_1 = h_2 = 0$の場合のみを考えると，$\sigma = 1$の場合解はRの増加とともに周期倍分岐列を示すが，円筒の中心軸を軸として容器を回転した場合には(1b)と同様に準周期的運動を経て非周期解が発生する。

以上は計算結果の数例であるが，このように縦横比が小さい場合，数十個の変数からなる常微分方程式系によって，解に分岐に関していえば実験をかなりよく再現する結果を得ることができる。

なお詳細は，Suppl. Prog. Theor. Phys. No. 79に掲載予定の筆者の論文を参照されたい。