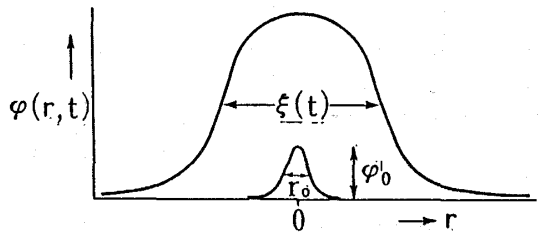
§3　フラストレートした系のダイナミックス[7)]

以上のように，フラストレートした系は，外場の影響を受け易く[7)]，こういう系のダイナミックスは，通常のものとは，大いに異なるものと期待される。低温側では，緩和時間は，どんな温度でも非常に長く，温度が下るほど益々長くなる。

この様子を，TDGL方程式を用いて議論し，その「秩序」の形成メカニズムを調べ，マルチスケーリング則[6)]を導くことは，目下研究中である。



第9図　典型的な秩序形成の様子[6)]。

参考文献

1)　M. Suzuki; Prog. Theor. Phys. **56** (1976), 77, 477; J. Stat. Phys. **16** (1977), 11, 477.

2)　M. Suzuki; Adv. Chem. Phys. **46** (1981), 195.

3)　M. Suzuki; J. Math. Phys. (1985) March.

4)　鈴木増雄；「数学セミナー」10月号(1984)，特集1　数理科学の前線から

5)　M. Suzuki, T. Tsuno and Y. Lin; Prog. Theor. Phys., to be submitted.

6)　M. Suzuki; Prog. Theor. Phys. Suppl. **79** (1984).

7)　M. Suzuki; Prog. Theor. Phys. Suppl. **80** (1984).

8)　鈴木増雄；「スピングラスの理論」固体物理 **19** (1984) No. 7；**20** (1985) No. 1.

21. Random Surface Modelの臨界現象[*)]

東大・理　田　崎　晴　明

東大・教養　原　　　隆

*) 本研究の一部は基研モレキュール型研究計画「構成的場の理論」の成果である。

乱雑に運動する「点」の軌跡が複雑に折れ曲った曲線，即ちランダラ・ウォークを成す（図1a）のと同様に，乱雑に運動する「ひも」（乃至は「輪」）の軌跡はランダム面（図1b)を成す。ランダム・ウォークの研究は確率過程のみならず，量子力学・スピン系・スカラー場の理論等とも深く関連していたが，ランダム面の研究も「ひも」の確率的・量子的運動以外に，界面の統計力学・（ランダム）スピン系・格子ゲージ理論等の幅広い問題の解析・理解に有効であろうと考えられている。

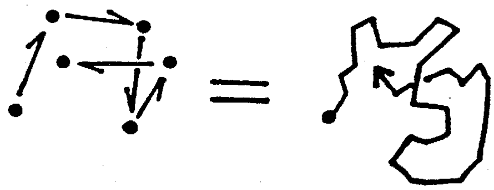


図1 a

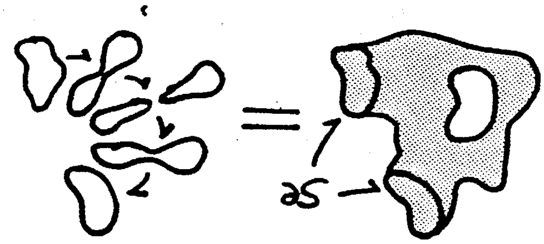


図1 b

ランダム面の研究は未だ始ったばかりなので[1)]，ここでも非常に単純かつ基礎的なモデルを定義し，その振舞を論ずる事にする。その際我々が用いるのは，厳密統計力学[2)]・構成的場の理論[3)]等の研究の中で発展してきた相関不等式，種々の上下限といった数理物理学的手法である。全く未知の無限自由度系が如何なる「物理」を示すかを調べる為には，この様な一見馴染み薄い手法が，非常に頼もしい助けになってくれるからである。無論ここでは，紙数の関係もあり，数学的詳細[4)]はいっさい省き，我々が如何なる現象を見出したかを「見てきたように」述べる事にする（それ故，多少厳密さは犠牲にした）。

数学的に最も簡単なランダム面は，d 次元（$d \geqq 2$）正方格子の上に作られる。先ず，格子の中の最小の正方形（plaquettes）を2つずつ各辺（bond）で貼り合わせていって「面」を構成する。この際，我々の「面」は topologicalに境界のない面である事以外には何の幾何学的制約ももっていない ── 例えばひとつの plaquette や bond は何回通過してもよい，面にハンドルがいくつ付いていてもよい ── 事にする。原点を含むこれらの面ひとつひとつに出現する確率を指定してやれば，ひとつのランダム面のモデルが定義された事になる。ランダム・ウォークとの類推から，最も基礎的で興味深い面Sの出現確率$p(S)$は次の形であると思われる。

$$p(S) \sim \exp(-\beta\,|S|\,), \quad |S| \text{ は } S \text{ の面積}$$

ところが，驚くべき事だが，この「面」の世界では「ウォーク」の類推は通用せず，上の様な自由なモデルは存在しない（和 $\sum_S \exp(-\beta|S|)$ はβによらず常に無限大！）事が八十年代前半になって明らかになった。

我々は[4]モデルを定義可能にする為，一種の self-avoiding な相互作用を導入し，次の様な出現確率を採用した。

$$p(S) \sim \exp(-\beta|S|)/\prod_b S_b!\,,\quad S_b \text{ は辺 } b \text{ を } S \text{ が通過する回数}$$

このモデルは適当なβの値に対しては正しく定義されており，しかもβが臨界点$\beta_c(>0)$に正の側から近付く際に臨界現象を示す事が判る。即ち，βがβ_cに接近するにつれランダム面のゆらぎが増大し，特徴的な長さξは次第に大きくなる。そして臨界点に於てはξは発散し，大きさ無限大・フラクタル次元$D=\nu^{-1}$（νは$\xi\sim(\beta-\beta_c)^{-\nu}$で定められる臨界指数）の図形が形成される。格子の次元dが$d_c=8$より大きければ次元Dは4になり，一般には$D\leqq 4$である。

この臨界点直上での図形＝ scaling limit を考察する事は，（例えば）非常に長い「ひも」を長時間観察する極限に相当し，モデルの定義に依らない普遍的なランダム面の性質を抽き出す事であると期待される。

しかし臨界図形の様相を知る為には，次元Dだけでは明らかに情報不足である**)。ランダム面は面であるが為にξ以外に特徴的な面積σという量を持っている。このσが，臨界点で$\sigma\sim\xi^2$なる関係を保ちつつ発散すれば臨界図形は連続な「面」を成すであろう。ところが我我の評価によれば，臨界点に近付いてもσは発散しないのである！その為に，我々のランダム面は臨界点に近付くにつれて次第に「面らしさ」を失い，最後は幅をもたない樹木的・ポリマー的図形になってしまう***)（図２）。

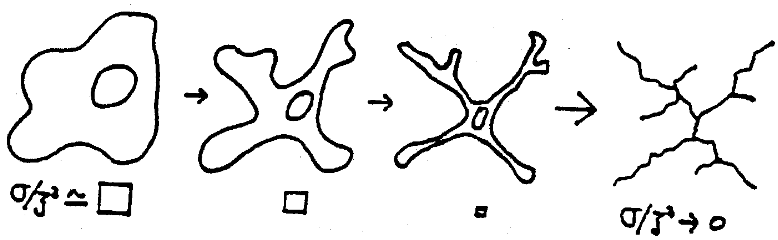


図２　ξが一定になる様にスケールを変えて描いた典型的なランダム面。右端が臨界点直上の様子。

$\sigma\sim\xi^2$の満たされる新しい面ならではの臨界現象が果たして存在するのか，それとも「自然」≃ universality は樹木的図形をこそ好むのか？　これは未解決の極めて興味深い問題である。

**)　例えば Peano 曲線と平らな面は，似ても似つかないが，同じ次元$D=2$を持つ。

***)　異ったモデルでも，同様の振舞がみられた[1]。

参考文献

1) B. Durhuus, J. Fröhlich, T. Jónsson; Nucl. Phys. **B**240 [FS12] 453 (1984) and refs. therein.
2) H. Tasaki; (review) 物性研究 **42** − 6, 739(1984)
3) 服部哲也, 原隆, 田崎晴明 ; (review) 月刊フィジックス **41**, 613
4) H. Tasaki, T. Hara; "A Model of Random Surfaces including Arbitrary Surfaces" (preprint, 1984).
"Critical Phenomena in a Model of Rardom Frames" (in preparation).

22. Extended Defects in the 2− Component Spin Systems

東北大・工　山　崎　義　武
湘北短大　落　合　　萌
東北大・教養　福　田　義　一

初期の研究段階での相転移と臨界現象の研究は pure な系においては秩序−無秩序相の相転移, impurity 系においては impurity 系に固有な相が出現するかどうか, について簡単な相互作用の体系で研究され, 最近の研究は, 複雑な相互作用をもつ体系で新しいタイプの相あるいは, パターンの形成される過程の研究に移ってきた。

相転移臨界現象の立場からも新しい特徴が導びかれ, パターン形成の過程の理解にもつながる問題として次のように考える。cubic 異方性結晶の格子点に XY 型スピン原子が配列した規則系で, 非磁性原子又は, 点状欠陥 (hole)が磁性原子とおきかわってゆくときいろいろなパターンの形成の過程が見られる。一般的なパターンの形成過程を微視的に取り扱うのは難しいので, 複雑なパターンの構造を fractal 次元としてとらえることにより, 最も単純化した構造の Hamiltonian 系で最初に定性的に理解しておくことを目的とする。

Model : d 次元結晶の中で, ε_d (正の実数) 次元にわたって伸びた欠陥がつらなって構造を形成し, 残りの d ($\equiv d-\varepsilon_d$) 次元の領域にわたって点状欠陥が無秩序に分布する系を考える。その体系の Hamiltonian は

$$\mathscr{H}(\varphi, V) = \int \mathrm{d}^d x \llbracket \frac{1}{2} \Sigma_{\alpha=1}^{2} \{ |\nabla_{\perp}\varphi_\alpha|^2 + a_b^2 |\nabla_{/\!/} \varphi_\alpha|^2 + r_b \varphi_\alpha^2 + V(x_\perp)\varphi_\alpha^2 \}$$