

播しているときには、上の定式化はそのままの形では使えない。また、周期パターンの歪みは、しばしば、欠陥（例えば転位）をともなう。欠陥を考慮したフェイズ・ダイナミクスについてはすでにいくつかの研究がある<sup>7)</sup>が、ここで述べた方法にそれを取り入れるのは今後の課題である。

## 参考文献

- 1) Y. Kuramoto, Prog. Theor. Phys. Suppl. No. 64 (1978), 346. 及びその引用文献.
- 2) Y. Pomeau and P. Manneville, J. Physique Lett. **40** (1979), 609.
- 3) Y. Kuramoto, Prog. Theor. Phys. **63** (1980), 1885.
- 4) Y. Kuramoto, Prog. Theor. Phys. **71** (1984), 1182.
- 5) M. C. Cross and A. C. Newell, Physica **10D** (1984), 299.
- 6) T. Ohta, Prog. Theor. Phys. (submitted)
- 7) K. Kawasaki, Prog. Theor. Phys. suppl. No. 79, **80** (1985) 及び、その引用文献.

## 5. 一般化された TDGL 系における ホールのダイナミクス

名大・理 戸次直明, 野崎一洋

### § 1. 序 論

非線形・非平衡系の場合におけるパターン形成の動力学は、急冷された磁性体における秩序形成過程や一次相転移のダイナミクス等とも関連して、非常に興味のある問題の一つである。ここでは、一般化された時間依存性をもつギンツブルグ・ランダウ (TDGL) 系の一次元方程式をモデルとして、非線形場におけるパターン形成の動力学を解析的および数値的に調べる。非平衡臨界点近くの相変化を記述する一般的なモデルとして良く知られている TDGL 系の一次元方程式の解として、静止したホール解が存在することがすでにわかっている<sup>1)</sup>。この静止したホール解の前後で位相の飛びが  $\pi$  であり、その中間点で位相のない点があるため、この解は phase-defect を表わすと解釈される。ここでは、この位相の飛びが  $\pi$  からズレた場合に、そのズレに依存する伝播速度をもつより一般的なホール解が存在することを示し、その解析的な

表現を与える。ホールの前後の状態が異なるため、周期境界条件のもとでは、単独にホールは存在し得ず、これらの異なる状態を結ぶ他の解が必要となる。この解は、長波長の極限では、Kuramotoによって見出された Burgers 方程式に従う phase-shock であることがわかった。ホールと位相ショックのパターン形成の過程をシミュレーションによって調べ、ホールの形成・消滅の動力学を明らかにすることを目標とする。

## § 2. 厳密解

一般化された Ginzburg-Landau 方程式は

$$i \frac{\partial \phi}{\partial t} + (p_r + i p_i) \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + (q_r + i q_i) |\phi|^2 \phi = i r \phi, \quad (1)$$

と書ける。ここで、 $p_i < 0$ ,  $r > 0$  とする。伝播するホールの厳密解は、式(1)に‘広田の方法’を適用することによって得られる。

$$\phi = \frac{G(x, t)}{F(x, t)^{1+i\alpha}} e^{i(kx - \omega t)}, \quad (2)$$

を(1)に代入すると ( $k, \omega, \alpha, F$ : real )

$$\begin{aligned} & \frac{F}{qG} \{ i D_{\alpha, t} + p D_{\alpha, x}^2 + 2 i p k D_{\alpha, x} + \omega - p k^2 - \lambda \} (G \cdot F) \\ & = \left\{ \frac{p(1+i\alpha)(2+i\alpha)}{2q} D_{0, x}^2 + \frac{i r - \lambda}{q} \right\} (F \cdot F) - |G|^2, \end{aligned} \quad (3)$$

を得る。ここで、modified bilinear operator  $D_{\alpha, x}^m$  は、

$$D_{\alpha, x}^m (G \cdot F) \equiv \left[ \left\{ \frac{\partial}{\partial x} - (1+i\alpha) \frac{\partial}{\partial x'} \right\}^m G(x) F(x') \right]_{x=x'} \quad (4)$$

$\lambda$  は、複素定数である。式(3)に

$$\begin{aligned} G &= b_1 e^{\kappa \xi} + b_2 e^{-\kappa \xi} \quad (\xi \equiv x - ct), \\ F &= e^{\kappa \xi} + e^{-\kappa \xi} \end{aligned} \quad (5)$$

を代入すると、結局、

$$\phi = \frac{G}{F} \exp \left[ \frac{i}{2} \int_0^\xi (\kappa_+ + \kappa_- \tanh \kappa \xi) d\xi - i \tilde{\omega} t \right], \quad (6)$$

を得る。ここで、 $\kappa_{\pm} = k_1 \pm k_2$ ,  $\kappa = -\kappa_- / 2\alpha$ ,

$$\begin{aligned}
 c &= (p_r q_i - p_i q_r) \kappa_+ / q_i, \quad \tilde{Q} = p_r k_m^2 - \frac{c}{\kappa_+} (k_1 k_2 + k_m^2), \\
 |b_j|^2 &= -p_i (k_m^2 - k_j^2) / q_i > 0, \quad k_m^2 = -r / p_i (\because p_i < 0), \\
 \sigma &\equiv \arg(b_2 / b_1) \\
 &= \arctan \left[ 2 \frac{p_i}{q_i} \left\{ \alpha (p_r q_i - p_i q_r) + \frac{1}{\alpha} (p_r q_r + p_i q_i) \right\} \kappa_+ \kappa_- / \right. \\
 &\quad \left. \left\{ \left( \frac{p_i}{q_i} \right)^2 |q|^2 \kappa_+^2 - \left( \alpha^2 + \frac{1}{\alpha^2} \right) |p|^2 \kappa_-^2 \right\} \right], \\
 \alpha &= -\beta \pm \sqrt{2 + \beta^2}, \quad \beta = \frac{3}{2} \frac{p_r q_r + p_i q_i}{p_r q_i - p_i q_r}.
 \end{aligned}$$

波数  $k_1$  と  $k_2$  は  $|\kappa \xi| \gg 1$  のとき,

$$\frac{(k_1 + k_2)^2}{a_1^2} + \frac{(k_1 - k_2)^2}{a_2^2} = 1, \tag{7}$$

$$a_1^2 = \frac{4 k_m^2}{1 + \frac{p_i}{q_i} \frac{|q|^2}{|p|^2 (1 + \alpha^2) A}},$$

$$a_2^2 = \frac{4 k_m^2}{1 + q_i / (\alpha^2 p_i A)},$$

$$A = \frac{p_r q_i - p_i q_r}{3 \alpha |p|^2}$$

となる。

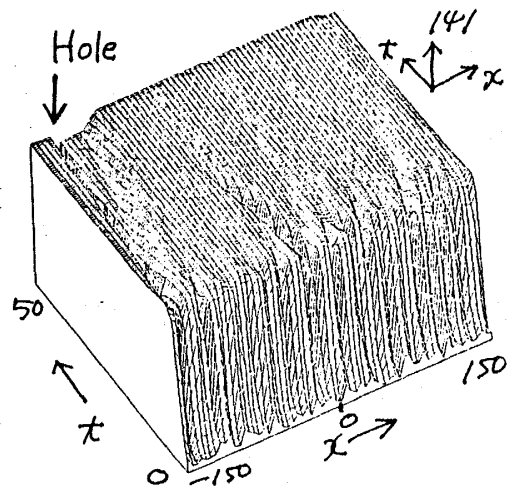
### § 3. 数値計算

周期境界条件で、擬スペクトル法を使う。

$$\begin{aligned}
 \text{初数值;} \quad \phi(t=0) &= \varepsilon_1 \sin\left(\frac{2\pi}{15} x\right) \\
 &+ \varepsilon_2 \exp[2\pi i \times (\text{一様乱数})],
 \end{aligned}$$

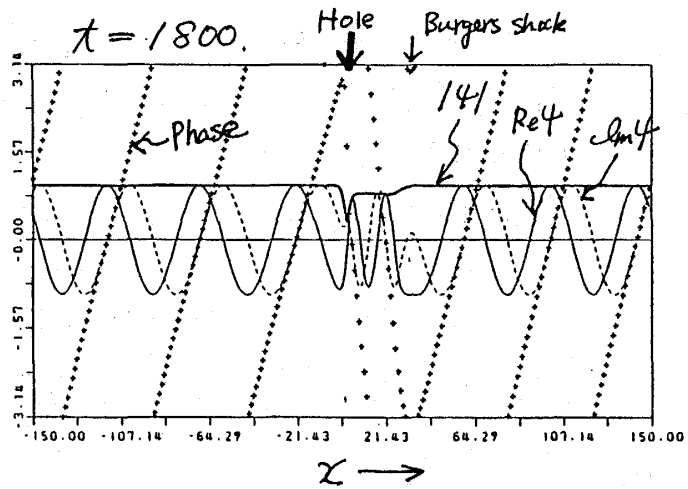
の場合の例を示す。ただし、 $p_r = 1.0$ ,  $p_i = -2.0$ ,  $q_r = -2.0$ ,  $q_i = 1.0$ ,  $r = 1.0$ ,  $-150 \leq x \leq 150$ ,  $\varepsilon_1 = 0.01$ ,  $\varepsilon_2 = 0.1$ 。

右図に示されているように、ノイズが  $r$  によって成長し、 $|\phi| \sim (r/q_i)^{1/2}$  で飽和する。十分時



好村滋洋, 長村光造, 武田隆義, 奥田浩司

間が経てば, ホールの部分が源となり, パターンを形成し, ホールの速さは厳密解と非常に良く合っている。



## 文献

- 1) K. Nozaki and N. Bekki, J. Phys. Soc. Jpn. 53 (1984) 1581.

## 6. 相転移に伴う動的スケーリング関数

広島大・総合科学, 京大・工<sup>A</sup> 好村滋洋, 長村光造<sup>A</sup>,  
武田隆義, 奥田浩司<sup>A</sup>

我々は Al-Zn 急冷合金を時効処理する過程で, 組成のゆらぎ  $\eta(\vec{r}, t)$  のフーリエ変換  $\eta(\vec{k}, t)$  の二乗平均として定義される構造関数

$$S(\vec{k}, t) = \frac{1}{V} |\eta(\vec{k}, t)|^2 \quad (1)$$

を中性子小角散乱で測定した ( $V$  は試料体積)。これらの関数では, 時間  $t$  とともに,  $S$  の極大を与える  $k$  の値  $k_m(t)$  が小さくなるとともに, 極大値  $S(k_m, t)$  が増大する。この結果は古川浩<sup>1)</sup> の提唱する時間に依存しないユニバーサルなスケーリング関数

$$\tilde{S}(x) = \frac{3x^2}{2+x^6}, \quad (x = k/k_m) \quad (2)$$

を用いて

$$S(k, t) = \alpha k_m^{-3}(t) \tilde{S}(k/k_m(t)) \quad (3)$$

のようにスケールされることが判明した ( $\alpha$  は定数)<sup>2-4)</sup>。ここで  $k_m(t)$  も指数則

$$k_m(t) \sim t^{-a} \quad (4)$$

に従う ( $a$  は定数)。