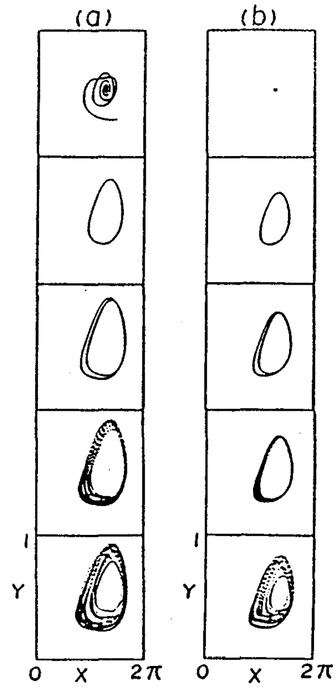
Title	反応拡散系における衝突波動(ソリトンとカオス,基研研究会「ソリトン系のダイナミクスとそれに関するカオスの問題」,研究会報告)
Author(s)	古賀, 真史
Citation	物性研究 (1985), 45(1): 73-75
Issue Date	1985-10-20
URL	http://hdl.handle.net/2433/91802
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

至ることもわかった．又，$\varepsilon \gtrsim \varepsilon_s$ の場合，逓減系では説明できないけれども，系(1)は，１次元写像で表わされること，周期３のリミットサイクルが存在することも示きれる。ここでは，散逸の係数γと外力の周波数ωを固定して，外力の大きさεをパラメータとして，周期倍化現象を通してカオスに至る系列を示したけれども，例えば，ωをパラメータにする場合，カオスのルーティンは一般には，周期倍化現象を介するとは限らない．これらのことは今後の問題であろう．

TABLE I. A sequence of bifurcations for ω=1 and γ=0.1.

ε	Attractors	
	Forced oscillation (F.O.)	
0.6		
	Fixed point (phase-locked soliton) & F.O.	
~0.105		
	Period 1 & F.O.	
~0.140		
	Period 2 & F.O.	Reduced system
0.145		
	Period 4 & F.O.	
0.147		
	Period 8 & F.O.	
0.148		
	Chaotic attractor 1 (1-D map) & F.O.	
0.152		
	Chaotic attractor 2 (no 1-D maps) & F.O.	
~0.156		
	Period 3 & F.O.	
~0.156		
	Chaotic attractor 2 & F.O.	
0.157		
	F.O. (no chaotic attractors)	
~0.177		
	Irregular creations and annihilations of solitons & F.O.	
~0.26		
	Onset of stimulated O.T.S.I. (complicated chaotic states)	



反応拡散系における衝突波動

大阪教育大　古　賀　真　史

§1　はじめに

非線形反応拡散系において，生じた波動（パルス解，フロント解，平面波解など）間の衝突の主要な特徴は，波動が消滅してしまう事である．（但し例外も報告されている．）Belousov-Zhabotinsky反応系では，同心円波，らせん波などの波動が衝突して消える現象が見られる．この様な衝突現象の理想的なものは，平面波間の衝突であろう．即ち，左領域の平面波と右領域の平面波が衝突し，次から次へと波が消える衝突領域を構成する．本来，波が消える現象はtransientな過程と思われるが，平面波間の衝突においては，ある種の定常衝突過程をなすと考

えられる．それでは，定常衝突過程はどんな状態であるのか，又，N個の平面波の衝突状態はどうであるか，まず最初に具体的モデルを用い，後に一般の系で，考えてみたい．

§2　位相拡散方程式

Burgers的位相方程式はCole-Hopf変換により，N個の波動の衝突解が求められる．即ち，方程式

$$\frac{\partial}{\partial t}\alpha=\nu\nabla^2\alpha+\mu(\nabla\alpha)^2,\quad \nu>0. \tag{1}$$

の解は

$$\alpha=\frac{1}{\beta}\log\left(\sum_{i=1}^{N}\exp(\beta(\omega_i t-\boldsymbol{k}_i\boldsymbol{r}+\delta_i))\right),\quad \beta=\mu/\nu. \tag{2}$$

この解は$N=1$で平面波を表わす．また適当な座標変換で

$$\alpha=\frac{1}{\beta}\log\left(\frac{1}{2}\sum_{(i,j)}\exp(\beta I_{i,j})\right) \tag{3}$$

の形にも書ける．ここで

$$I_{ij}=\Omega_{ij}t-\boldsymbol{k}_i\boldsymbol{r}_{ij}+\Delta_{ij}-S_{ij}(\eta_{ij}) \tag{4}$$

$$\eta_{ij}=x-v_{ij}t+\xi_{ij} \tag{5}$$

特に$N=2$の場合，αは次の境界条件を満たす．

$$\alpha(x=-\infty)=\omega_1 t-\boldsymbol{k}_1\boldsymbol{r}+\delta_1 \tag{6}$$

$$\alpha(x=\infty)=\omega_2 t-\boldsymbol{k}_2\boldsymbol{r}+\delta_2 \tag{7}$$

即ち，反射波は考えられず，$x=\pm\infty$で独立に平面波の状態が指定されている．また$N=2$の衝突解は，上記の境界条件で，

$$\alpha=\Omega t-k_y y-k_z z+\Delta-S(\eta),\quad \eta=x-vt+\xi \tag{8}$$

とおいても求めうる．従って位相拡散方程式の定常衝突波動は，例えば式(8)の形をもち，反射波がない状態と考えられる．

§3　複素TDGL方程式および一般系

同様にして様々な系の衝突波動の解は，解の形を仮定すると求める事ができる．複素TDGL

方程式

$$\frac{\partial}{\partial t}W=(d_1+iC_1)W-(d_2+iC_2)|W|^2W+(d_3+iC_3)\nabla^2W \tag{9}$$

において

$$W=R(\eta)\exp(i\alpha) \tag{10}$$

$$\alpha=\Omega t-k_y y-k_z z+\Delta-S(\eta),\quad \eta=x-vt+\xi \tag{11}$$

の形を仮定すると，実際に定常衝突波動を表わすことを示すことができる．特に，$d_1=d_2=d_3=0$ の場合，保存系である非線形シュレーディンガー方程式に移ることから，散逸系の衝突波動の解の形と包絡ソリトンの解の形を比較する事は興味深い．

一般の反応拡散方程式

$$\frac{\partial}{\partial t}X=F(X)+D\nabla^2X \tag{12}$$
$$X=(X^1,\ \cdots,\ X^n)$$

の衝突波動解は

$$X=Y(\eta,\alpha)=Y(\eta,\alpha+2\pi) \tag{13}$$

の形を持つと思われる．ここで α は式(11)で与えられる．式(13)を式(12)に代入して，α に関して積分する事により，複素ＴＤＧＬ方程式によく似た式を得る事を示すことができる．

§4　終わりに

散逸系の現象論的方程式である反応拡散方程式の衝突波動を調べることにより，保存系であるソリトン方程式の衝突波動との類似点や相違点を探し出す事は興味深い事と思われる．