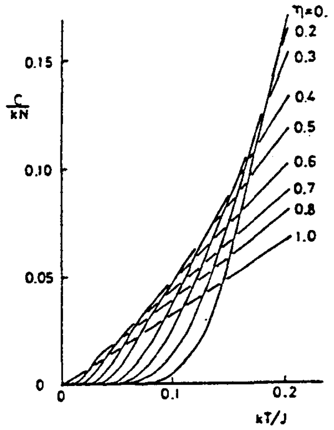

図1

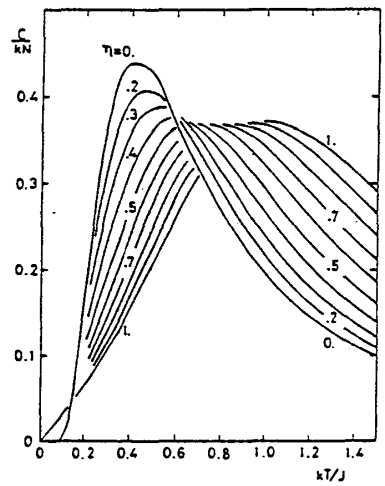

図2

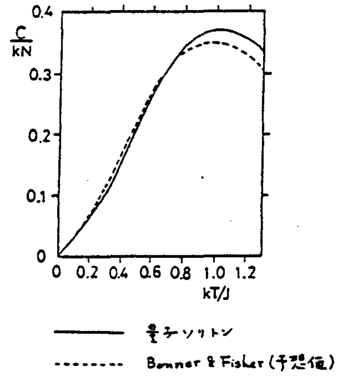

図3

が，低温における熱力学的性質を記述するのに適当であることを強く示唆している．なお，有限鎖の計算では，低温領域にに異常が生ずるので，この低温領域をのぞいた有限温度領域での比熱のデータが信頼できると考えられる．量子ソリトンによる比熱は，この有限温度領域では，有限鎖から外挿した曲線と大体合っており，$k_{\mathrm{B}}T \lesssim J$ の全温度領域で量子ソリトンによる記述が有効であるといえる．

文献

1) H. Yoshizawa, K. Hirakawa, S. K. Satija, and G. Shirane, Phys. Rev. **B23**, (1981), 2298.
2) S. E. Nagler, W. J. L. Buyers, R. L. Armstrong, and B. Briat, Phys. Rev. **B28**, (1983), 3873.
3) J. Villain, Physica (Utrecht) **B79**, (1975), 1.
4) N. Ishimura and H. Shiba, Prog. Theor. Phys. **63** (1980), 743.

Nerve pulse解について

広島大・理　三　村　昌　泰

神経線維上のパルス伝播のモデルは1952年HodgkinとHuxleyによって彼等の提唱するイオン説に基づいて提出された．このモデルは変数4つの反応ー拡散方程式系で表わされるために，定性的解析が困難であった．従ってその後，そのモデルの単純化された系が提案されている．

例えば，濃硝酸溶液中のFe，Co，Ni 等の遷移金属の不働態化現象が，神経線維上の興奮パルスの伝播に類似していることから，鉄一硝酸系電極反応モデル，あるいは能動面路をもつ電気回路モデル等があげられる．これらはいずれも次のような反応一拡散方程式系で記述される

$$\boldsymbol{u} = (u_1,\ u_2,\ \cdots,\ u_m)$$

$$\boldsymbol{w} = (w_1,\ w_2,\ \cdots,\ w_n)$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{u}_t = D\boldsymbol{u}_{xx} + F(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{w}) \\ \boldsymbol{w}_t = \qquad\quad G(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{w}) \end{cases} \qquad -\infty < x < \infty \tag{1}$$

ここで（神経パルスの言葉でいえば），$\boldsymbol{u}$は神経線維上の点x，時間tの膜電位差等を表わす変数，$\boldsymbol{w}$は生理学的状態変数である．例えばHodgkin-Huxleyモデルでは$m=1$，$n=3$となっている．F，Gの非線形性についてはここでは触れないが，それらの一つに

$$F(0,\ 0) = 0$$

がある．これは(1)が空間的一様解$(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{w}) = (0,\ 0)$をもつことであり，神経線維の静止状態を表わしている．一方，実験等から，神経線維のどこかに適当な刺激を与えるとパルスが発生し，それが一定速度で伝播することが知られている．これをモデル方程式から見ると，(1)が安定なパルス進行波解，$(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{w})(x,\ t) = (\boldsymbol{U}, \boldsymbol{W})(x - ct)$，$c$：伝播速度，をもつことである．つまり$(\boldsymbol{U}, \boldsymbol{W})$は

$$\begin{cases} -c\dot{\boldsymbol{U}} = D\ddot{\boldsymbol{U}} + F(\boldsymbol{U}, \boldsymbol{W}) \\ -c\dot{\boldsymbol{W}} = \qquad\quad G(\boldsymbol{U}, \boldsymbol{W}) \\ (\boldsymbol{U}, \boldsymbol{W})(\pm\infty) = 0 \end{cases} \qquad -\infty < s < \infty \tag{2}$$

を満たす．ここで$s = x - ct$，$\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s} = \cdot$．問題は(2)を満たす解$(\boldsymbol{U}(s), \boldsymbol{W}(s), c)$を見つけることである．最近の急速な研究発展から，1ーパルス解，そして2ー，3ー，…パルス解が，更に，力学系理論から，カオス的パルス解も存在することが知られている．一方，その解の安定性についてはまだ未解決の問題が残っており，例えばHodgkin-Huxelyモデルについていえば，1パルス解が2つ見つけられているが，安定性については完全な結果が得られていない．

神経パルス解は拡散と生理学的化学反応のバランスによって生れることから，分散方程式から生れるパルス解（ソリトン）とは大きな違いがあるが，定性的に非常に興味ある現象を示すことから，数理生理学では増々注目されている．最後に2つの文献を挙げることで終る．

文献

1) A. L. Hodgkin & A. F. Huxley, J. Physiol, **117**, (1952), 500–544.

2) G. A. Carpenter & S. Grossberg, Lecture Notes in Biomath., **51**, (1983), 102–196.

スーパーヘリックスDNAの理論

東大・教養 鶴 秀 生, 和 達 三 樹

環状の２重らせんDNAは, linking number L_kで分類することができる. これはtopologicalな数なので連続変形に対して不変な数である.

writhing number W_r, twisting number T_wという２つの数もDNAの形を特徴づける数として定義でき, $L_k = W_r + T_w$という関係式をみたす.

L_kを与えた時のDNAの安定な形を考えるために弾性体モデルを導入し, 弾性エネルギーUの極小を捜すことにする. DNAを弾性体の断面が円形の棒であるとすると,

$$U = \int_0^L \frac{A}{2}(\theta'^2 + \sin^2\theta\,\varphi'^2) + \frac{C}{2}(\psi' - \alpha_0)^2 \, ds$$

となる. ここでθ, φはDNA中心軸の接ベクトルの極角, ψはヌクレオチド鎖の中心軸まわりの角, α_0はそのもともとのねじれ率, A, Cは曲げとねじりの弾性定数である. 閉じる条件

$$\int_0^L (\sin\theta\cos\varphi,\ \sin\theta\sin\varphi,\ \cos\theta)\, ds = 0 \tag{A}$$

の下でUの条件付変分をとると次のような, 連立非線形微分方程式が得られる.

$$A(\sin\theta\cos\theta\varphi'^2 - \theta'') - \lambda\cos\theta\cos\varphi + \mu\sin\theta = 0 \tag{B. 1}$$

$$A(\sin\theta\varphi'' + 2\cos\theta\varphi'\theta') + \lambda\sin\varphi = 0 \tag{B. 2}$$

$$C\psi'' = 0 \tag{B. 3}$$

(B. 3)よりただちに$\psi = \alpha s$が得られる. 条件(A)を考え$\theta' = 0$の場合の解を考えると(B. 1)(B. 2)の方程式は