

ソリトンとSmC*–SmC相境界

名大・工 山 下 護

§1 序

凝縮物体においてソリトンを秩序を乱したり形成したりする役者として考えると現象が理解しやすいことがある。ここでソリトンを系の完全可積分性などの厳しい条件はつけず、非線形の局在励起という程の意味で用いる。整合・不整合転移のディスコメンシュレーションがその例である。液晶において、外場中のコレステリック・ネマティック転移なども数理的に整合・不整合転移と同様な取扱いで理解される。ここではカイラル・スメクティックC相 (SmC*) とスメクティックC相 (SmC) 間の相転移をソリトンという視点で考察する。

§2 SmC*–SmC転移

SmC*では分子は層を形成 (層の厚さは20 Å程度), 分子の長軸は層の法線 (z 軸) に対して θ だけ傾いている。この方向は z 軸に添って進むに従い回転し螺旋構造をなしている (ピッチは数マイクロン)。対称性から分極 \mathbf{P} は z 軸と分子の長軸を含む面に垂直な方向に現われるため、螺旋構造に従って回転している。電場 \mathbf{E} を層に平行 (x 軸) に加えると $-\mathbf{E} \cdot \mathbf{P}$ の結合のため螺旋構造が変形し、ある電場の強さ E_c で一様な状態 (SmC) が現われる。¹⁾ この事情は整合・不整合転移と同様である。今の場合には温度 T が大きくなると θ が小さくなり、ある温度 T_c で $\theta=0$ となる (SmC*–SmA転移)。このため方位角 φ の変化だけでなく θ の変調も重要になるので数理が複雑になる。

系の自由エネルギーは \mathbf{P} について極小化、無次元化を行うと次のように書ける。

$$F \sim \int \left\{ \frac{1}{2} A \theta^2 + \frac{1}{4} B \theta^4 + \frac{1}{2} \left(\frac{d\theta}{du} \right)^2 + \frac{1}{2} \theta^2 \left(\frac{d\varphi}{du} - 1 \right)^2 - \tilde{E} \theta \sin \varphi \right\} du \quad (1)$$

ここに、 $A = a(T - T_c)$, $\tilde{E} \propto E$, $u \propto z$ であり θ, φ の x, y 依存性は無視されている。この F より θ と φ に対する Euler-Lagrange 方程式を得る。

$$A\theta + B\theta^3 - \frac{d^2\theta}{du^2} + \theta \left(\frac{d\varphi}{du} - 1 \right)^2 - \tilde{E} \sin \varphi = 0, \quad (2)$$

$$\theta^2 \frac{d^2 \varphi}{du^2} + 2\theta \frac{d\theta}{du} \left(\frac{d\varphi}{du} - 1 \right) + \tilde{E} \theta \cos \varphi = 0. \quad (3)$$

$\theta = \text{一定}$ とすると(3)式は時間に依存しない sine-Gordon 方程式となりソリトン解が存在する。このソリトンの励起エネルギーが零になる条件から臨界電場 \tilde{E}_c が次のように得られる。

$$\tilde{E}_c = \frac{\pi^2}{16} \theta \quad (4)$$

しかし今の場合には θ と φ との結合が重要であり、(2), (3)式を連立して解く必要がある。ソリトン解が存在するとして(2), (3)式の線形方程式を解析すると図1に示す $\tilde{E}-T$ 面 ($\Delta T = T - T_c$) の領域Rでは通常ソリトン解が、領域Cでは振動しながら平衡値に緩和するソリトン解が得られるが、領域Iではソリトン解が存在しえないことがわかる。

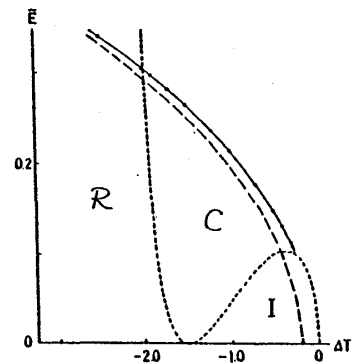


図1

§3 数値的解析²⁾

数値的に(2), (3)式を解き、ソリトン解を求めその励起エネルギーから \tilde{E}_c を求めたものを図2に示す。破線は $\theta = \text{一定}$ とした(4)式のものである。ところでPrelovsek³⁾はこのような系ではソリトン間に引力が働き得ることを示している。即ち図2の領域CのRとの境界近傍で相互作用 F_{INT} は

$$F_{INT} \propto -e^{-\pi\kappa'/\kappa''} \quad (\kappa'' \ll \kappa')$$

となる。ここに $\kappa (= \kappa' + i\kappa'')$ は上述線形方程式の固有値である。ソリトン間の相互作用が引力になると相転移は1次転移になる。このことは領域Rでは \tilde{E}_c は相境界を表わすが、領域CではSmC相が不安定化する条件を与えており本当の相境界は \tilde{E}_c より大きいところにあることを示している。

ところで我々は領域Cでは上述の 2π -ソリトン解の他に、 $2n\pi$ -ソリトン解を得た。例として図2に 6π -ソリトン解のプロファイルを示す(右半分が示されている)。この解は n 個の 2π -ソリトンの結合状態と考えられるので、この励起エネルギー $F_{2n\pi}$ を用いると

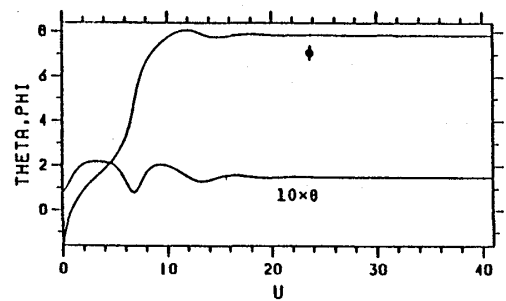


図2

$$F_{\text{INT}} = \frac{F_{2n\pi} - nF_{2\pi}}{(n-1)}$$

により F_{INT} は評価される. $T = -0.27$, $\tilde{E} = 0.1097$ の場合の F_{INT} を示す.

| n | $F_{2n\pi}$ | F_{INT} |
|-----|-------------|------------------|
| 1 | 0.117 | |
| 2 | 0.115 | -0.119 |
| 3 | 0.110 | -0.121 |
| 4 | 0.107 | -0.120 |
| 5 | 0.102 | -0.121 |

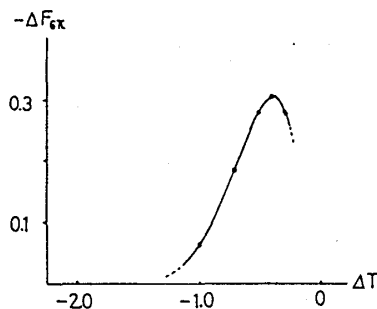


図3

又図3に $\tilde{E} = \tilde{E}_c$ における $\Delta F_{6\pi} (= F_{6\pi} - F_{2\pi})$ を示す. このことから引力の傾向がうかがわれる.

§4 まとめ

SmC*-SmC 転移をソリトンの励起エネルギーのソフト化という観点から論じた. 図2の領域Rでは \tilde{E}_c は相境界を与えるが領域Cではソリトン間の相互作用が引力となり, 1次相転移となるため, 周期解(ソリトン格子)とSmCとの自由エネルギーを比較する必要がある. 新たに見出された多重ソリトン解に基き全域的にソリトン間の相互作用の性質がわかる.

文献

- 1) H. Takazoe, K. Kondo, K. Miyasato, S. Abe, T. Tsuchiya, A. Fukuda and E. Kuze, *Ferroelectrics* **58** (1984), 55.
- 2) M. Yamashita and O. Tamada, *J. Phys. Soc. Jpn.* 投稿中.
- 3) P. Prelovsek, *J. Phys.* **C15** (1982), L269.