Title	Soliton系の統計力学 : Ideal-Gas PhenomenologyとBethe Ansatz Thermodynamics(物性におけるソリトン,基研研究会「ソリトン系のダイナミクスとそれに関するカオスの問題」,研究会報告)
Author(s)	石川, 正勝; 高山, 一
Citation	物性研究 (1985), 45(1): 40-43
Issue Date	1985-10-20
URL	http://hdl.handle.net/2433/91815
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

参考文献

1) J. A. Krumhansl and J. R. Schrieffer, Phys. Rev. **B11** (1975) 3535.
2) Y. Wada and J. R. Schrieffer, Phys. Rev. **B18** (1978) 3897.
3) N. Theodorakopoulos, Z. Physik **B33** (1979) 385.
4) H. Ishiuchi and Y. Wada, Prog. Theor. Phys. **69** (1980) Supple. p242.
M. Ogata and Y. Wada, J. Phys. Soc. Jpn. **53** (1984) 3855.
5) H. Mori, Prog. Theor. Phys. **33** (1965) 423.
6) M. Ogata and Y. Wada, submitted to J. Phys. Soc. Jpn.
7) この拘束条件はχにGoldstoneモードが含まれないことを示している．この様なキンクの中心座標の導入の仕方は場の理論において発展したものでcollective coordinate methodと呼ばれる．Reviewとして
R. Jackiw, Rev. Mod. Phys. **49** (1977) 681.
8) M. Nechtschein, F. Dewenx, F. Genoud, M. Guglielmi, and K. Holczer, Phys. Rev. **B27** (1983) 61.

Soliton系の統計力学
— Ideal-Gas Phenomenologyと Bethe Ansatz Thermodynamics —

常葉学園大　石　川　正　勝
京大基研　高　山　　一

1. 序

古典可積分ソリトン系のideal-gas phenomenology（IGP）を，すべての励起モード間相互作用によるphase shift（又はspatial shift）からくる効果をself-consistentに取入れる[1]ことによって拡張する．その際，量子統計を用い半量子論的取扱いをする．そのように拡張されたIGPは対応する量子系のBethe仮設法による統計力学と等価であることが示される．しかる後に$\hbar\to 0$の古典極限をとり古典系の拡張されたIGPを得る．

具体的にはδ-関数型相互作用を持つ1次元Boseガス系と戸田格子を考える．

2. 拡張されたIGP

励起モードの分枝を添字iで区別する．P_j-モードが励起されている為にP_i-モードの受け

る状態密度の変化を $\Delta_{ij}(p_i, p_j)$ とすると，分布関数 $n_j(p_j)$ が与えられれば状態密度 $R_i(p_i)$ は

$$R_i(p_i) = \frac{1}{2\pi} + \sum_j \int \mathrm{d}p_j \Delta_{ij}(p_i, p_j) n_j(p_j) R_j(p_j) \tag{1, 1}$$

により決められる．自由エネルギー

$$\left.\begin{aligned} f &= \frac{F}{L} = \sum_j \int \mathrm{d}p_i R_i(p_i) f_i(p_i), \\ f_i(p_i) &= \varepsilon_i(p_i) n_i(p_i) + \frac{1}{\beta} \{ n_i(p_i) \ln n_i(p_i) - (1 + n_i(p_i)) \\ &\qquad \times \ln(1 + n_i(p_i))\} \end{aligned}\right\} \tag{1, 2}$$

を $n_i(p_i)$ について極小化すると

$$\left.\begin{aligned} n_i(p) &= \{\exp(\beta E_i(p)) - 1\}^{-1}, \\ E_i(p_i) &= \varepsilon_i(p_i) + \sum_j \int \mathrm{d}p_j f_j^{(0)}(p_j) \Delta_{ji}(p_j, p_i), \\ f_i^{(0)}(p_i) &= -\beta^{-1} \ln(1 + n_i(p_i)) \end{aligned}\right\} \tag{1, 3}$$

を得る．ここでchemical potential $\mu = 0$ とした．又 $\varepsilon_i(p_i)$ は p_i-モードの励起エネルギーである．このとき

$$f = \sum_i \int \frac{\mathrm{d}p_i}{2\pi} f_i^{(0)}(p_i) \tag{1, 4}$$

となる．

3. Bethe仮設法の統計力学

相互作用を持った1次元Boseガス系を考える．この系はBethe仮設法により解くことができるものとする．Yang-Yang [2)] の理論から

$$\frac{1}{2\pi} = \rho(k) + \rho_h(k) + \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}k' T(k - k') \rho(k'), \tag{2, 1}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon(k) &\equiv \beta^{-1} \ln \{\rho_h(k)/\rho(k)\} \\ &= k^2 - \mu + \beta^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}k' T(k - k') \ln(1 + \mathrm{e}^{-\beta\varepsilon(k')}), \end{aligned} \tag{2, 2}$$

$$f = \mu d - (2\pi\beta)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}k \ln(1 + \mathrm{e}^{-\beta\varepsilon(k)}), \tag{2, 3}$$

$$d=\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}k\,\rho(k) \tag{2, 4}$$

となる．ここで$T(k)=(2\pi)^{-1}d\delta(k)/\mathrm{d}k$，$\delta(k)$はphase shiftである．(2, 1)−(2, 4)は(1, 2)−(1, 4)と同形に書きかえることができる．$|k|\leq k_{\mathrm{F}}$，$|k|>k_{\mathrm{F}}$をそれぞれk_1，k_2で表すことにする．

$$\left.\begin{aligned}
&K_{11}(k_1,\ k_1')=\delta(k_1-k_1')-\int\mathrm{d}k_1''\,T(k_1-k_1'')\,K_{11}(k_1'',\ k_1'),\\
&K_{21}(k_2,\ k_1)=-\int\mathrm{d}k_1'\,T(k_2-k_1')\,K_{11}(k_1',\ k_1)=K_{12}(k_1,\ k_2),\\
&K_{22}(k_2,\ k_2')=-\delta(k_2-k_2')-T(k_2-k_2')-\int\mathrm{d}k_1\,T(k_2-k_1)\\
&\qquad\qquad\times K_{12}(k_1,\ k_2')
\end{aligned}\right\} \tag{2, 5}$$

によりK_{ij}を定義し，又

$$\frac{\mathrm{d}p_1(k_1)}{\mathrm{d}k_1}=\int\mathrm{d}k_1'\,K_{11}(k_1,\ k_1'),\quad \frac{\mathrm{d}p_2(k_2)}{\mathrm{d}k_2}=1+\int\mathrm{d}k_1\,K_{12}(k_1,\ k_2) \tag{2, 6}$$

によりp_1，p_zを定義する．これらを使って

$$\left.\begin{aligned}
&\widehat{R}_1(p_1)=-\left(\frac{\mathrm{d}p_1}{\mathrm{d}k_1}\right)^{-1}\rho(k_1),\quad \widehat{n}_1(p_1)=\frac{\rho_h(k_1)}{\rho(k_1)},\\
&\widehat{R}_2(p_2)=\left(\frac{\mathrm{d}p_2}{\mathrm{d}k_2}\right)^{-1}\rho_h(k_2),\quad \widehat{n}_2(p_2)=\frac{\rho(k_2)}{\rho_h(k_2)},
\end{aligned}\right\} \tag{2, 7}$$

$$\left.\begin{aligned}
&\widehat{\Delta}_{ii}(p_i,\ p_i)=\left(\frac{\mathrm{d}p_i}{\mathrm{d}k_i}\right)^{-1}K_{ii}(k_i,\ k_i'),\\
&\widehat{\Delta}_{ij}(p_i,\ p_j)=-\left(\frac{\mathrm{d}p_i}{\mathrm{d}k_i}\right)^{-1}K_{ij}(k_i,\ k_j)\quad (i\neq j)
\end{aligned}\right\} \tag{2, 8}$$

とすれば，μ＝一定のとき(1, 3)，(1, 4)と同形を得る．ここで

$$\left.\begin{aligned}
&\widehat{\varepsilon}_1(p_1)=\int\mathrm{d}k_1'\,K_{11}(k_1,\ k_1')(\mu-k_1'^2),\\
&\widehat{\varepsilon}_2(p_2)=k_2^2-\mu+\int\mathrm{d}k_1\,K_{21}(k_2,\ k_1)(k_1^2-\mu)
\end{aligned}\right\} \tag{2, 9}$$

である．

4. Models

(a) δー関数型相互作用を持つBoseガス系

弱相互作用極限を考える．Bose場の運動方程式を古典的にとり扱い，ZakhalovとShabat[3]による非線形シュレーディンガー方程式の解より $\varepsilon_i(p_i)$，$\Delta_{ij}(p_i, p_j)$ を求め，Bethe仮設法 $\widehat{\varepsilon_i}$，$\widehat{\Delta_{ij}}$の弱相互作用極限の式と比べると両者は一致することが示される.[4]

(b) 戸田格子

量子戸田格子についてのSutherland,[5] Mertens[6]のBethe仮設法に従い，希薄・古典極限において $\widehat{\varepsilon_j}$，$\widehat{\Delta_{ij}}$ を求めると，古典戸田格子の ε_i，Δ_{ij}[7]と一致する．自由エネルギーの $\hbar\to 0$ の極限については研究中である.

References

1) N. Theodoracopoulos, KSI, 1984.

2) C. N. Yang and C. P. Yang, J. Math. Phys. **10** (1969), 1115.

3) V. E. Zakhalov and A. B. Shabat, Sov. Phys. –JETP **37** (1973), 823.

4) M. Ishikawa and H. Takayama, J. Phys. Soc. Jpn. **49** (1980), 1242.

5) B. Sutherland, Rock. Mount. J. Math. **8** (1978), 413.

6) F. G. Mertens, Z. Phys. **B55** (1984), 353.

7) N. Theodoracopoulos and F. G. Merteus, Phys. Rev. **B28** (1983), 3512.

磁気ソリトンのダイナミックス

京大教養　川　崎　辰　夫

1軸性の異方性を持った1次元ハイゼンベルグ磁性体にソリトン励起が存在しうることをMeikeskaが最初に示してより，[1]実験的研究が盛んに行われているが，直接的な検出は仲々難しい．一方理論的研究の発展の方向は，不純物が加えられた場合や系の本来の性質として考慮すべき格子の離散性の影響に向けられた.[2~6]このレポートでは後者の問題についての数値解析の結果を報告する.

古典スピン系のモデル・ハミルトニアン