6) A. Terai, M. Ogata and Y. Wada, submitted to J. Phys. Soc. Jpn.

7) H. Mori, Prog. Theor. Phys. **33** (1965) 423.

散逸のあるソリトン系の統計力学

北大・工　飛田和男，中谷正吾

カールスルーエ大・物理　U. Eckern

(1) はじめに

自然界における様々な非線型現象の理解にソリトン描像が重要な役割を果たしている事は周知の事実である。しかし，現実の系をソリトン解をもつ非線型方程式に帰着させる時様々な自由度を粗視化する過程を経なければならない。これらの自由度は，ソリトン系のふるまいに熱浴として働き，散逸をひきおこす。量子系の場合は殊に量子ゆらぎも散逸の影響を受けるため，古典系では見られない興味深い現象が期待される。ここではその中で特に量子サインゴルドン系を例に，ソリトンやフォノンの励起エネルギーのくりこみ，及び，外場中でのトンネリングの２つの純粋に量子的な現象について熱浴の影響を調べることにする。

(2) 量子系における散逸

１次元量子サイゴン・ゴルドン系は次のラグランジアンで記述される。

$$\mathscr{L}(t)=\frac{1}{2}\int_{-L/2}^{L/2}\mathrm{d}x\left[(\partial_t\phi)^2-(\partial_x\phi)^2+\frac{2m_{\mathrm{b}}^2}{g^2}\cos g\phi\right] \tag{1}$$

ここで ϕ はボゾン場，g は結合定数，m_{b} は裸のフォノン質量，L は系の長さである。散逸を考慮するとこの系の分配関数は，虚時間での経路積分[1] により，

$$Z=\iint_{\phi(x,0)=\phi(x,\beta)}\mathscr{D}\phi(x,\tau)\exp(-S[\phi(x,\tau)]) \tag{2a}$$

$$S=S_0+S_{\mathrm{d}} \tag{2b}$$

$$S_0=-\int_0^\beta\mathrm{d}\tau\,\mathscr{L}(-\mathrm{i}\tau) \tag{2c}$$

$$S_{\mathrm{d}}=\frac{\eta}{4\pi}\int_{-L/2}^{L/2}\mathrm{d}x\int_0^\beta\mathrm{d}\tau\int_0^\beta\mathrm{d}\tau'\,\frac{\pi^2(\phi(x,\tau)-\phi(x,\tau'))^2}{\beta^2\sin^2(\pi(\tau-\tau')/\beta)} \tag{2d}$$

と書くことができる。ここで S_d が散逸の効果を表わし，実時間表示では運動方程式中に $-\eta\dot{\phi}$ の形の散逸項を与える。この表式はカルディラとレゲット[2]により１自由度系について導入されたものの拡張である。[3,4,5] 物理量 A の期待値は

$$<A>=\int\int_{\phi(x,0)=\phi(x,\beta)} \mathcal{D}\phi\, A\, e^{-S[\phi]}/Z \tag{3}$$

で与えられる。以下，この定式化を用い，準古典近似（$g^2/8\pi \ll 1$）及び低温近似（$T \ll E_s$；E_s はソリトン励起エネルギー１の範囲で種々の物理量を計算する。

(3) フォノンの励起エネルギーのくりこみ[5]

有限温度でくりこまれたフォノン質量 m は

$$m^2 = m_b^2 \exp\left(-\frac{g^2}{2}<\phi^2>\right) \tag{4}$$

をみたす。この温度依存性は $T \ll m$ で

$$m \cong m_0 - \frac{\pi T^2}{48}\frac{g^2\eta}{m_0^2}\left(1-\frac{g^2}{8\pi}\frac{m_0}{m_0+\eta/2}\right)^{-1} \tag{5}$$

となる。m_0 は $T=0$ での m の値である。一方散逸のない場合の m に対する有限温度補正は $\exp(-m/T)$ の程度である。

(4) ソリトン密度[5]

低温でソリトン密度 N_s が十分希薄な場合，次のような表式が得られる。

(i) $T \ll \eta, m$ の場合

このときは散逸が本質的に重要になり

$$N_s \cong 2\left(\frac{E_s^c\,\eta}{2\pi}\right)^{1/2} \exp\left(-E_s^0/T\right) \tag{6}$$

となる。ここで $E_s^c = 8m/g^2$, E_s^0 は絶対零度におけるくりこまれたソリトン質量であり η に依存する。また，指数関数の前の係数は $\eta=0$ の場合と異り，温度によらない。

(ii) $T \gg \eta$ の場合

このときは $\eta=0$ の場合の振舞を再現する。[6]

(5) 非線型応答

サインゴルドン系に次の様なラグランジアンで記述される ϕ に共役な電場をかける。

$$\mathscr{L}_{\mathrm{ex}}=-\int_{-L/2}^{L/2}\varepsilon\,\phi\,\mathrm{d}x \tag{7}$$

このとき，$\phi=2n\pi/g$（nは整数）の無限ケの基底状態の間の縮退がとけて，準安定状態となる。この状態の量子的ゆらぎによる寿命Γ^{-1}は基底エネルギーの虚部として得られる。ここでは，これを次の二つの極限において求めた。

(i)　$\varepsilon \ll m^2/g$

この時，ηが小さいとしてηについての摂動論を用いるとΓは次のようになる。

$$\Gamma\sim\exp\left(-\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}+\frac{\varepsilon_0'}{\varepsilon}\ln\frac{\varepsilon}{\varepsilon_1}\right) \tag{8}$$

ここで

$$\varepsilon_0=32\,m^2/g^3,\qquad \varepsilon_0'=32\,m\eta/g^3$$
$$\varepsilon_1=64\,m^2/\pi^2\,e^2. \tag{9}$$

指数関数の中の第1項は$\eta=0$の場合の結果[7]，第2項が散逸による補正である。しかし，この表式ではεが小さい極限では第2項の方が大きくなり摂動論は破綻する。弱外場の極限で散逸項を正しくとりこむと次の結果が得られる。

$$\Gamma\sim\exp\left(\frac{\varepsilon_0'}{\varepsilon}\ln\frac{\varepsilon}{\varepsilon_1}\right) \tag{10}$$

これは形の上では，上の摂動項と同じであるが，$\varepsilon\to 0$でも正しい式である。

(ii)　$\varepsilon\lesssim\varepsilon_{\mathrm{d}}\equiv m^2/g^2$ [8]

εがε_{d}より大きくなると非線型項は極小をもたず，準安定状態は消える。その直前の電場の値に対しても解析的にΓを求めることができる。散逸項を摂動として扱った場合

$$\Gamma\sim\exp\left[-\frac{36}{g^2}\left(1-\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{\mathrm{d}}}\right)\left(1.72+1.34\frac{\eta}{(\varepsilon_{\mathrm{d}}-\varepsilon)^{1/4}}\right)\right] \tag{11}$$

となる。ここでも$\varepsilon\to\varepsilon_{\mathrm{d}}$となると摂動論が破綻することが分る。$\varepsilon_{\mathrm{d}}$のごく近傍では

$$\Gamma\sim\exp\left[-\frac{36\eta}{\sqrt{\varepsilon_{\mathrm{d}}}\,g^2}\left(1-\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{\mathrm{d}}}\right)^{\frac{3}{4}}\left(1.97+2.7\frac{\sqrt{\varepsilon_{\mathrm{d}}-\varepsilon}}{\eta^2}\right)\right] \tag{12}$$

となる。ただし，これは準古典近似であるので，εがε_{d}に近づき，指数関数の中が1に近づくと正しくない。このように，散逸は$\varepsilon\to 0$，$\varepsilon\to\varepsilon_{\mathrm{d}}$での$\Gamma$の振舞を定性的に変えることが分った。

(6) まとめ

以上のように，量子サインゴルドン系において，散逸は低温での振舞に顕著な影響を与える。更に，現在，ソリトンの拡散などの動的過程への影響を研究中である。

参考文献

1) R. P. Feynmann; *Statistical Mechanics,* Chap. 3, W. A. Benjamin (1972).

2) A. O. Caldeira and A. J. Leggett; Ann. Phys. (NY) **149** 374 (1983); **153** 445 (1984).

3) K. Hida and U. Eckern; Phys. Rev. **B30** 4096 (1984).

4) K. Hida, Z. Phys. **B61** 223 (1985).

5) K. Hida, Phys. Rev. **B32** 4539 (1985).

6) K. Maki and H. Takayama, Phys. Rev. **B20** 3223 (1979); **20** 5002 (1979); **20** 5009 (1979).

7) K. Maki, Phys. Rev. **B18** 1641 (1978).

8) 中谷正吾，修士論文（北海道大学，1986）

非線形拡散方程式とpattern formation

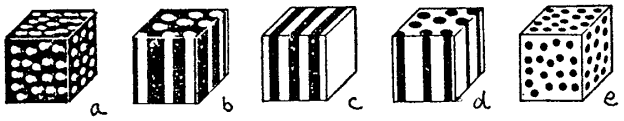
筑波大・物理　田　上　由紀子

1. 1960年代の終り頃から，高分子の複合系であるブロック共重合体といわれる物質において，相分離現象（ドメインの大きさがおよそ数100Aの程度であることから，ミクロ相分離と呼ばれる）が観測されている。電子顕微鏡写真に現われるこの，規則的なドメイン構造は，模式的に

ABブロック共重合体

1次元……層状（lamellar）　図c

2次元……円柱状（cylindrical）　図b，d

3次元……球状（spherical）　図a，e

と分類することが出来る。これらのミクロドメイン — 界面の形成の理論はHelfandとTagami（文献1）により行われた。その中心をなすものは，mean field 法により導かれた連立した非線形拡散方程式および，それとselfconsistentに用いられる。空間各点における分子種A，Bの密度