

7. 今後の問題

- (1) Computation Theory.
- (2) Coupled Map Lattice 系での Information Processing.
- (3) 高次元 (2次元, 3次元...) への拡張。特に情報の flux, リアプノフ解析。
- (4) Random Architecture での Coupled Map Lattice.

参 考 文 献

- 1) K. Kaneko, Ph. D. Thesis, 1983. (World Sci. Pub. to be published), Prog. Theor. Phys. 72 (1984) 480; 74 (1985) 1033, Phys. Lett. 111A (1985) 321, Physica D, in press.
- 2) R. J. Deissler, Phys. Lett. 100A (1984) 451, R. J. Deissler and K. Kaneko, preprint.
- 3) R. Kapral et al. Phys. Rev. A31 (1985) 3868 及び preprint.
- 4) T. Yamada and H. Fujisaka, Prog. Theor. Phys. 73 (1985) 885.
- 5) J. D. Keeler and J. D. Farmer, in preparation.
- 6) Y. Aizawa, Prog. Theor. Phys. 72 (1984) 662 及び private communication.
- 7) J. P. Crutchfield and K. Kaneko, in preparation.

一次元マップにおける情報の生成と混合

北大・粟 松 本 健 司

新技術開発事業団 津 田 一 郎

カオスは、アルゴリズムで作りに出される乱雑な運動である。カオスを特徴づける一つの方法は、その乱雑さを定量的に表すことである。このために、カオスの理論の中で情報理論が援用されることになる。情報理論のエントロピーでカオス軌道の乱雑さを測るのである。このように使われる情報理論のエントロピーは、K-S エントロピーと呼ばれていて、カオス軌道が単位時間あたりに生成する情報量 (乱雑さ) を表している。

ところで、このエントロピーで測られているのは、通常の意味での情報生成量ではない。それは、むしろ、情報の流量を測っているのである。カオスのアトラクターの中では、初期条件

についての情報が変数の下の桁から上の桁へと流れているのである。これは、カオス軌道の特徴づける。「初期条件敏感性」の性質そのものである。つまり、初期の小さな差が、後の時間には、大きな差となってくるというのは、ある初期の時間に下の桁にあった情報が、後の時間には、上の方の桁に現れてくるということなのである。そして、この情報流の大きさを測るのが、K-S エントロピーなのである。

さて、この情報流についてもっと細かいことが探れないだろうか。その平均流量を測っている K-S エントロピーがカオスの唯一の指標である事を考えると、この情報流についてよりよく知ることの意味があるように思われる。実際、以下で示すように、情報流の流れ方には、問題にする力学系によって大きな違いがあり、この違いが、系の雑音に対する応答や、結合系のふるまいの違いとなって現れるのである。情報流について、詳しく調べるのに便利な量として、情報理論の中心的な量である相互情報量というものがある。

したがって、我々は、その定義から始めなければならない。この量はもともと雑音のある通信線の中を流れた情報量を測るためのものである。このような通信線は、入力した文字が出力されるとは限らない。この入力=出力の関係を確率過程 p_{ij} で表すことにして、入力に p_i の確率で文字を入れるとすると、そのときに入力から出力に流れた情報量は、次のような表式で表される。

$$I = \sum_{ij} p_{ij} \log(p_{ij} / p_i p_j)$$

この量を用いて、変数を適当な状態に分けることによって、ある時間から別の時間へ伝わった情報量を計算する事ができる。初期条件についての情報が時間につれてどう動いて行くか見ることが出来るわけである。

そこで、この方法を二種類の一次元マップに適用してみる。一つは、ロジスティックモデル $x_{n+1} = a x_n (1 - x_n)$ であり、もう一つは B-Z モデルと呼ばれる、実験から得られた傾きの急な所となだらかな所があるものである。以前の研究¹⁾からこの二つのマップは、雑音に対する応答が著しく異なることが分かっているが、上に述べた方法で情報流の様子をみると、この違いの原因を理解することができる。図1の曲線²⁾は、それぞれのマップについて、初期情報の減衰を表している。ロジスティックモデルは、平均流からのゆらぎの少ない情報流を示す線形減衰をみせているが、B-Z モデルの指数減衰は、このモデルでの情報流のゆらぎが大きなことを示している。このことは、図2³⁾のようにしてみると、より一層はっきりとする。図2では、個々の変数をその二進法展開でみていて、そこでの情報の動きが描かれている。一つの枠の中では、左側が上の桁を表し、時間発展は、第一行の左から右へ進み、その次は、第二行

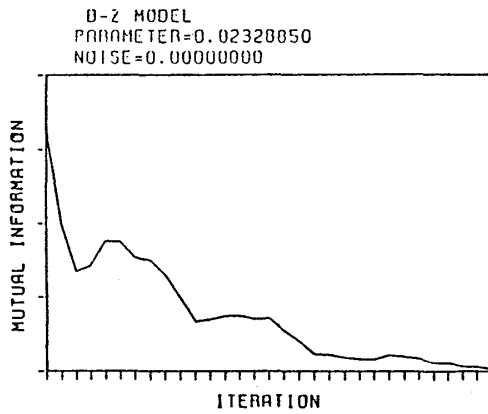


図 1 a)

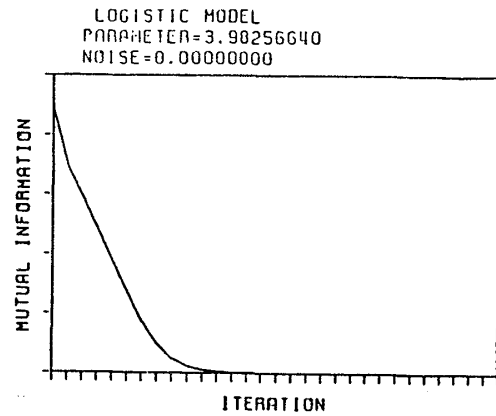


図 1 b)

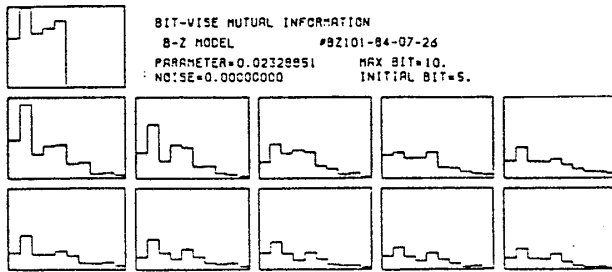


図 2 a)

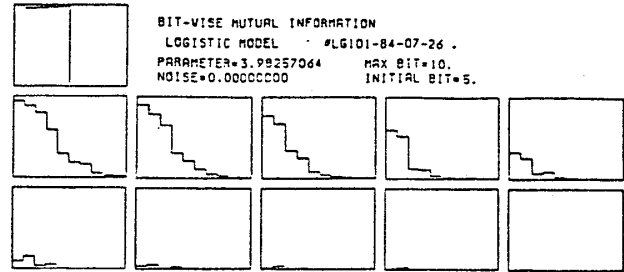


図 2 b)

である。ロジスティックモデルでは、情報は下から上へトコテン式に流れているが、B-Zモデルでは、この流れは一樣ではなく、変数の全桁に広がって行っている。この情報流の流れ方の違いが、両者の雑音に対する応答の違いに現れている。雑音は、自分と同じ桁にある情報を壊してしまうから、下の桁に情報がよく戻って行くB-Zモデルでは、雑音の影響をロジスティックモデルの場合より受け易いのである。

参 考 文 献

- 1) J. Stat. Phys. 31 (1983) 87
- 2) J. Phys. (to appear 1986)
- 3) Submitted to J. Stat. Phys.