Turbulence in Coupled Map Lattices

東大・教養　金 子 邦 彦

Coupled Map Lattice とは，時間と空間が離散的，状態が連続の力学系である。たとえば，

$$x_{n+1}(i)=(1-\varepsilon)f(x_n(i))+\frac{\varepsilon}{2}\{f(x_n(i+1)+f(x_n(i-1))\} \tag{1}$$

や，

$$x_{n+1}(i)=(1-\varepsilon)f(x_n(i))+\varepsilon f(x_n(i-1)) \tag{2}$$

など。

ここで，i は空間，n は時間ステップ，$f(x)$ はある低次元差分系，たとえば logistic map $ax(1-x)$ や circle map $x+a\sin 2\pi x+c$ など。(1)は反応拡散系などの diffusive coupling を含むシステム。(2)はパイプ・フローなどの流れのあるシステムのモデルを念頭においてある。

このような研究の動機は，

(1) 自然界のほとんどの現象は，自由度が高い複雑さをもった系であるにもかかわらず，そのような系を扱う単純なモデルが少ない。

(2) 少数自由度系カオスでえられた知識を手がかりに多自由度系カオス理論をつくる。

等である。

今までの結果については，文献を参照されたい[(1)~(6)]。なお，現在，J. P. Crutchfield と執筆中の論文の Outline を以下に簡単に述べる[(7)]。

1. Motivation

統計力学のエルゴード問題，流体力学，Neural Network，反応拡散系,固体物理(Josephson junction, CDW, Spin 系，Electron-Hole Plasma, Liquid Crystal 等)，Parallel Computer 等の問題において，空間に広がったカオス理論が必要であり，その為のモデルの導入の理念を述べる。

2. Model

可能なカップリングの型，local dynamics $f(x)$ の例について述べる。

3. Reconstruction

空間に広がった系の実験データから，どのように，local dynamics $f(x)$ とカップリングの型を求めるか，また1点での測定からの Takens による Construction との関連等。

4. Phenomenology

(1) Period-doubling of kink － antikinks － スケーリング，アトラクターの数の増え方，領域に分れた空間分岐現象。

(2) Zig zag 不安定性とトーラス⇨カオス転移

(3) 結合 Circle Map 系による高次トーラスの安定性，振動子系のひきこみ現象，ソリトン乱流

(4) 結合 Standard Map 系での Arnold 拡散

(5) 時空間 Intermittency

(6) Open Flow 系における，Spatial Period-doubling, ゆらぎの下流への増巾

(7) 非局所カップリングの系での Symmetry Locking

(8) Discrete State でのセル・オートマトンとの関係

その他。

5. Thermodynamic Quantifiers for Complexity

(1) 諸量の導入，示量性，示強性。

(2) リアプノフ・スペクトル，ヴェクトルの計算例，リアプノフ数のステップ構造，分岐による変化，有限サイズ・スケーリング。

(3) リアプノフ・ヴェクトルの localization, extension, 特にじょう乱の空間的伝播との関連，Anderson 局在との対応。

(4) Co-Moving Lyapunov 数の導入，それによるじょう乱の伝播の解析。

(5) Lattice Symbolic Dynamics, エントロピー，次元等の定義，計算。ここでは，全体を1つの系として扱うので諸量は示量的である。

(6) 1点での測定からの Symbolic Dynamics, エントロピー等。 ここでは諸量は示強的。

(7) 空間的パタンの複雑さ，エントロピー等。

(8) 時空間パタンの複雑さ，エントロピー。

(9) 上の諸量の関係，不等式。

(10) 時空間での情報の流れ。特に Open Flow 系でのある速度での情報の流れ等。

6. 応用

Video Feedback 系， 流体系への応用。5での諸量をどのように測定するか？

7. 今後の問題

(1) Computation Theory.

(2) Coupled Map Lattice 系での Information Processing.

(3) 高次元（２次元，３次元…）への拡張。特に情報の flux，リアプノフ解析。

(4) Random Architecture での Coupled Map Lattice.

参考文献

1) K. Kaneko, Ph. D. Thesis, 1983. (World Sci. Pub. to be published), Prog. Theor. Phys. **72** (1984) 480; **74** (1985) 1033, Phys. Lett. **111A** (1985) 321, Physica D, in press.

2) R. J. Deissler, Phys. Lett. **100A** (1984) 451, R. J. Deissler and K. Kaneko, preprint.

3) R. Kapral et al. Phys. Rev. **A31** (1985) 3868 及び preprint.

4) T. Yamada and H. Fujisaka, Prog. Theor. Phys. **73** (1985) 885.

5) J. D. Keeler and J. D. Farmer, in preparation.

6) Y. Aizawa, Prog. Theor. Phys. **72** (1984) 662 及び private communication.

7) J. P. Crutchfield and K. Kaneko, in preparation.

一次元マップにおける情報の生成と混合

北大・薬　松本健司

新技術開発事業団　津田一郎

カオスは，アルゴリズムで作り出される乱雑な運動である。カオスを特徴づける一つの方法は，その乱雑さを定量的に表すことである。このために，カオスの理論の中で情報理論が援用されることになる。情報理論のエントロピーでカオス軌道の乱雑さを測るのである。このように使われる情報理論のエントロピーは，K－Sエントロピーと呼ばれていて，カオス軌道が単位時間あたりに生成する情報量（乱雑さ）を表している。

ところで，このエントロピーで測られているのは，通常の意味での情報生成量ではない。それは，むしろ，情報の流量を測っているのである。カオスのアトラクターの中では，初期条件