

図2 アトラクターの構造

- 1) 実際に2つのモードの競合が起っている。
- 2) 球面状のアトラクターに見られるトポロジカルな構造の一致。
- 3) Bifurcation diagram の一致 (Hopf 分岐,  $T^2$ , ヒステリシスの存在)
- 4) 転移点における Transient 波形の一致。
- 5) Hopf 分岐 ( $T^2$ ) は, 低い周波数で開始する。 ( $\omega_2 \propto \sqrt{\mu}$ )

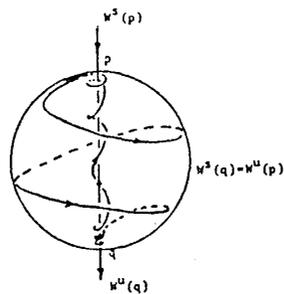


図3 アトラクターの位相的構造

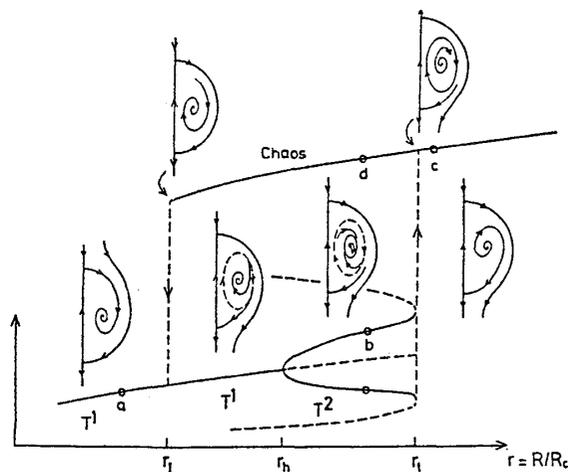


図4 考えられるメカニズムと Bifurcation diagram

### アスペクト比の大きな熱対流系のカオス

東北大・通研 佐藤信一, 佐野雅己, 沢田康次

流体系のカオスの発達過程を明らかにしようとする時, 空間自由度の大きい系の場合はカオスの概念, 方法論が確立されていないせいもあって困難である反面, 興味ある分野でもある。

ベナール対流系において空間自由度の効果を探るには容器の一方向だけの幅を長くした系がアスペクト比の小さい系の自然な拡張になっており好都合であると思われる。我々は奥行方向のアスペクト比  $\Gamma_x (= 1.0)$ ，それと垂直な水平方向のアスペクト比  $\Gamma_y (= 15.0)$  の矩形容器でプラントル数  $P \sim 5.5$  (水) の作業流体を用いて実験を行った。

臨界レイリー数  $R_c = 1707$  で 14 ~ 16 個 (初期条件に依存する) のロール状対流が発生する。さらにレイリー数を増加させてゆくと準周期状態を経てカオスに至る。図 1 はカオス状態 (レイリー数  $R/R_c = 34.0$ ) において、局所的な温度場の時間変動から  $X(t) = (X(t), X(t+T), \dots, X(t+(d-1)T))$  なる位相空間内の軌道を再構成したものの 2 次元平面への射影である。ただし  $X(t)$  は時系列で、 $T = 2.5 \text{ sec}$  である。容器左端からの距離  $r$  (mm) で空間位置を表わすとして (a), (b), (c) は各々  $r = 5 \text{ mm}$ ,  $r = 47 \text{ mm}$ ,  $r = 89 \text{ mm}$  である。空間位置の違いによりアトラクタの形状もかなり異なっているように見える。

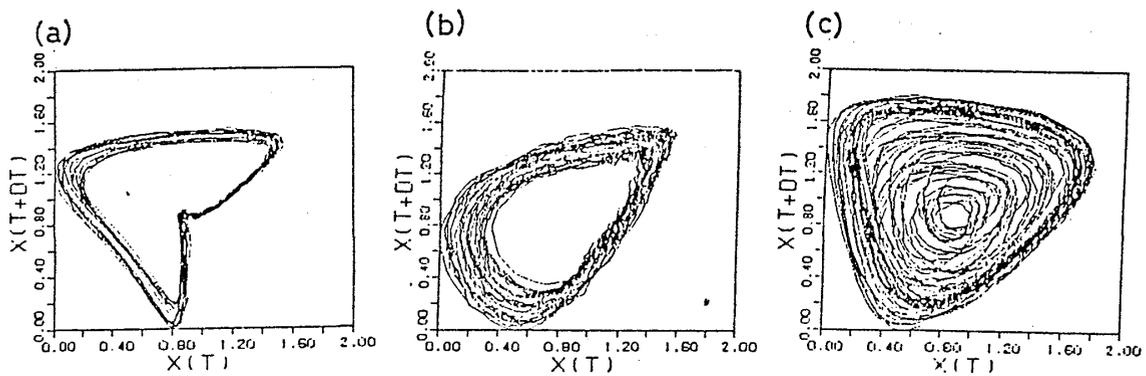


図 1

アトラクタを定量づけるために、Grassberger, Procaccia による correlation integral  $c(l)$  を用いて次元を測定した。アトラクタの微細な構造を見るためには  $\log c(l)$  と  $\log l$  をプロットする代わりに  $\log l$  と  $d(\log c(l))/d(\log l)$  をプロットする方がより実際的である。図 2, 図 3 にその例を示す。勾配一定の部分が correlation exponent に対応する。

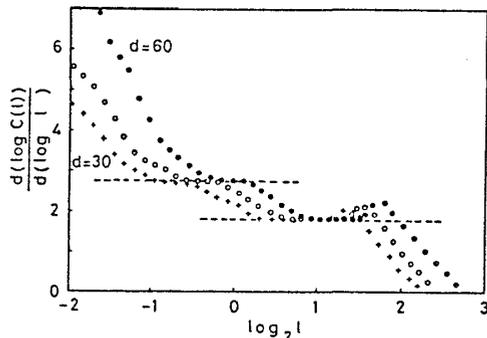


図 2

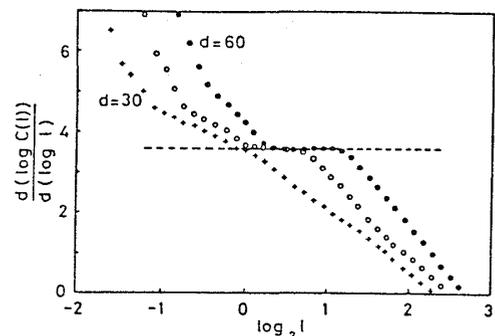


図 3

図2は  $R/R_c = 34.0$ ,  $r = 20$  mmの例であるが, 2つの exponent が認められる。これは独立な振動モードの振幅に大きな差異があるために, アトラクタの異なる長さのスケールに対して見かけ上の“次元”が違って見えるためであると考えられる。図3は  $R/R_c = 34.0$ ,  $r = 70$  mmの容器中央付近の測定例であるが最早2つの指数は認められない。つまり, 独立な振動モードの振幅がほぼ拮抗しているのである。これらの測定結果を要約したものが図4である。記号・は最も大きい指数で, 記号+はそれより小さい指数である。correlation 指数が2つ認められる現象は容器両端でのみ観測された。

独立なモードの振幅に大きな違いがある場合  $\log l$  と勾配をプロットしたときグラフは階段状になり一般には複数個の指数が定義できる。実際にはノイズ・レベルが存在するので, すべての指数を観測できない可能性もある。その意味でノイズ・レベル以上の長さのスケールに対して定められる最大指数を“effective dimension”と呼ぶことができよう。図4に示したグラフはこの量に対応する。したがって, “effective dimension”はアトラクタの見かけ上の構造の違いを反映して空間的に変化し得る量となる。

図5は, さらにレーリ数を上げたときの“effective dimension”の測定例である ( $R/R_c = 34.9$ )。レーリ数の増加と共に次元も増加してゆく。より発達した乱流になり明らかに空間的コヒーレンスが破れた場合, 局所的測定から得られた次元の物理的意味は未だ議論の余地があろう。アスペクト比の大きい系の観測は局所的な測定でなく空間全体の同時観測が必要となってくると考えられる。そして, 流体のダイナミクスにもっと立ち入った視点からのコヒーレンスの有無の判定法や, その定義自体が今後の重要な問題となってくるであろう。

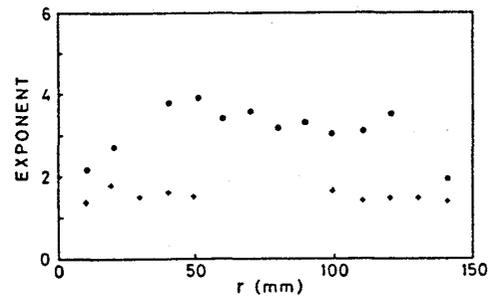


図 4

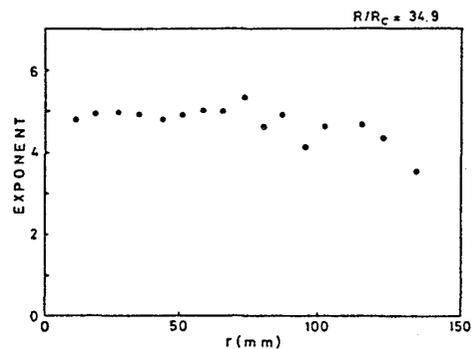


図 5