われる。

3. おわりに

以上，開いた流れの中から不規則な挙動を示すものをいくつか挙げてみた。今後は従来の実験をカオスの立場から見直し，精密な実験を繰り返す必要があるように思われる。

強制振動の下での大振巾水面波のカオス的挙動

九大・応力研　船越満明，井上　進

水の入った円筒形容器（半径 $a=9\,cm$，水深 $d=14\,cm$）を水平方向に，変位が $x=x_0\cdot\cos\omega t$ となるように加振する実験を行ない，(ω, x_0) がある領域内にあるときには水面波がカオス的にふるまうことを示した。

加振周期 $T(=2\pi/\omega)$ は T_0 に近い値に設定した。ここで T_0 は，水面変位 η が

$$\eta = c\,J_1(kr)\begin{Bmatrix}\cos\theta \\ \sin\theta\end{Bmatrix}\quad ,$$

であらわされるような固有モードの周期である。なお (r, θ) は円筒の中心を原点とする極座標であり，$\theta=0$ を加振軸の方向にとる。また k は，ka が $J_1{}'$ の 0 に最も近い零点であるように決める。

図 1 は (T, x_0) のいろいろな値に対する水面波の挙動の分類を示したものである。T が T_0 からある程度以上離れている場合には，波高の最大のの点が常に加振軸上にある一次元的振動がみられる。しかし T が T_0 に比較的近い時には，最大の $|\eta|$ を与える点が側壁に沿って一定方向に回る一方向回転運動や，最大の $|\eta|$ を与える点の回る向きや波の振巾が不規則に変化するカオス的挙動がみられる。なお図 1 において，一次元的振動

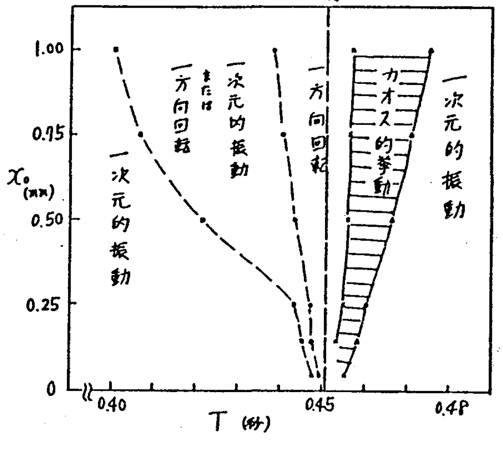

図 1

と一方向回転の重なり合った領域では，どちらの状態が現れるかは初期値に依存する。

図2に，カオス的挙動を示す場合（$T=0.465$秒）の，$(r,\ \theta)=(0.88a,\ 0)$の点でのηの時間変化を示した。この図は時間方向に圧縮して表示してあるので，包絡線のゆっくりとし

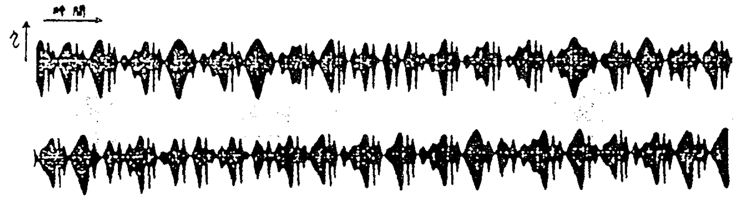

図 2

た変化が表現されていることになる。次にカオス的挙動をより詳しく調べるために，ηが

$$\eta=(P_1\cos\omega t+q_1\sin\omega t)J_1(kr)\cos\theta$$
$$+(P_2\cos\omega t+q_2\sin\omega t)J_1(kr)\sin\theta\ ,$$

の形に表現できると仮定し，$t=nT$，$(n+\frac{1}{4})T$〔nは整数〕における$(r,\ \theta)=(0.88a,\ 0)$，$(0.88a,\ \pi/2)$でのηの値から(P_1, P_2, q_1, q_2)を求め，これらがゆっくり変化していくようすを調べた。カオス的挙動を示す場合の典型的な(P_1, P_2, q_1, q_2)の動きを図3に示す（図では任意の2変数の作る平面への射影を示してある）。

一方，理論においては Miles が平均化ラグランジアン法を使って次のような形の方程式を導出した（J. Fluid Mech. Vol. 149（'84）15）

$$\begin{cases}\dot{P}_1=-\alpha P_1-(\beta+AE)q_1+BMP_2,\\ \dot{P}_2=-\alpha P_2-(\beta+AE)q_2-BMP_1,\\ \dot{q}_1=-\alpha q_1+(\beta+AE)P_1+BMq_2+1,\\ \dot{q}_2=-\alpha q_2+(\beta+AE)P_2-BMq_1,\end{cases}$$

ここでA，B，α，βは定数であり，

$$M=P_1q_2-P_2q_1$$

$$E=(P_1^2+q_1^2+P_2^2+q_2^2)/2.$$

上の方程式の定数の中で，αだけは理論からは決められないので，実験において急に加振を止めた時の波高の減衰率から計算した。この方程式を数値的に解いてみると，いくつかのTに対

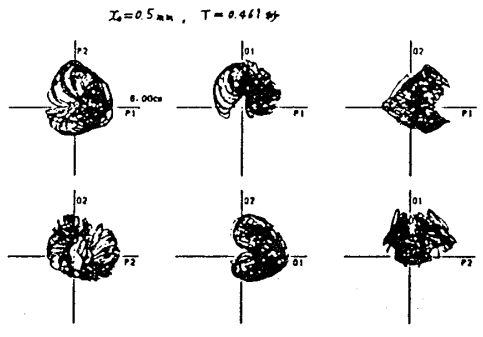

図 3

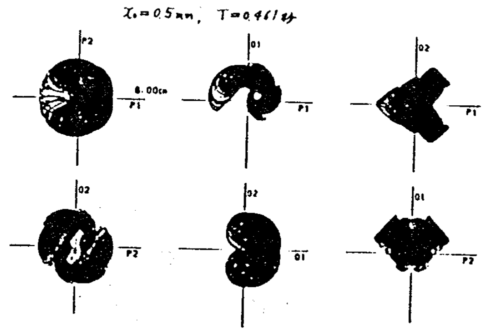

図 4

しては実験と同様なカオス的挙動が現れた(図4参照)。しかし実験の場合と異なり，x_0 を固定してTを少しずつ変えていくとカオス的挙動と規則的挙動が交互に何回かずつ現れる。この差異の原因としては(i)実験におけるTの一定性が不充分，(ii)理論において高次の非線形項を無視している，(iii)理論において減衰率αを一定としている，等が考えられるが，いまのところ未解決である。

Onset of Chaotic Convection in Low Prandtl Number Fluids

広島大・理　八　幡　英　雄

2枚の平行平板間に閉じこめられた流体を下から加熱した時発生する熱対流運動を，常微分方程式系の模型を用いて考察した[1)]。流体は直方体容器に容れられているとし，水平方向にx，y軸，垂直方向にz軸をとり，さらに容器の縦横比をΓ_x，Γ_yとする。流体の高さをd，温度伝導率をκとしたとき，長さ・時間の尺度因子としてd，d^2/κを用いると，無次元化された運動方程式は速度$\boldsymbol{u}(u_x, u_y, u_z)$，温度$\theta$に対して Boussinesq 近似の範囲で，

$$\partial_t u_i - \sigma \Delta u_i - \sigma \lambda_i \theta + \partial_i \left(\frac{\delta p}{\rho_0}\right) = -u_j \partial_j u_i, \quad (i = x, y, z) \tag{1}$$

$$\partial_t \theta - \Delta \theta - R \lambda_j u_j = -u_j \partial_j \theta, \quad \lambda = (0, 0, 1) \tag{2}$$

$$\partial_j u_j = 0 \tag{3}$$