研究会報告

したものである。電気生理実験においては、軸索長軸方向に空間固定(約5mm長)を行ない、 近似的に、常微分方程式系と等価なものとした。また、正弦波入力の振幅Aと周波数Fを分岐 パラメータとして解析を行なった。

アトラクタの分類は、ストロボプロットによって行なった。すなわち、正弦波入力の 30 度 毎の位相において、軌道のポアンカレ・セクションを調べることにより、この神経力学系にお ける強制振動を、(1)引き込み振動、(2)概周期振動及び(3)カオス振動に分類した。ヤリイカ巨大 軸索膜において観察されたカオス振動の例を図1に示す。

一般に、刺激周波数 F が  $m/(nF_N)$ に近い場合(n, m:比較的小さな自然数,但し、必らずしも互いに素で はない。 $F_N$ :神経発振子の自然発振周波数)、n対m の引き込み振動が観察される。すなわち、入力m周期の 間にn 個の活動電位が発生し(平均興奮率=n/m)、そ の振動波形自体の基本周期は入力周期のm倍に等しい。 パラメータ空間  $A \times F$  において、各引き込み領域に対応 する Arnold Tongues は、その平均興奮率がファレー 列となるような順に分布する。また、引き込み振動から



カオス振動への分岐は、周期倍分岐(Aの増大またはFの減少に伴なう。) または間欠性のルート(Aの減少またはFの増大に伴なう。) であり、低振幅入力時の概周期振動からAの増大に伴なうカオス振動への転移は、2次元トーラスのくずれによる。

## 流れのカオス的挙動の観察例

## 九大•応力研 種子田 定 俊

1. はじめに

流体の流れは一般に不規則に揺いでいる。流れによっては外乱を小さくすれば揺ぎが消える ものもあるが,注意深く外乱を取り除いても揺ぎの止まらないものもある。これらの揺ぎが制 御できない微小な外乱に基づくものであるのか,あるいはカオスであるかを判断することは極 めて困難である。流れの不規則な挙動の原因としてはカオス,外乱,外乱が原因で生ずるカオ スなどが考えられる。ここでは不規則な挙動を示す多くの流れの中から open flow (開いた流れ)の例をいくつか挙げてみたい。

2. 観察例

2.1. 球のまわりの流れ

ー様流中に置かれた球のまわりの流れはレイノルズ数が200の程度よりも小さいときには軸 対称であるが、200の程度をこえれば非対称となる。そして、非対称の構造を保ったまま対称 軸のまわりを不規則に回転する。図1は静水中を自由落下する油滴の後流を示す。

水面に半没した球を上下方向に振動させたときに発生する 水面波は,振幅が小さいときには同心円状であるが,一定の 振幅をこえれば突然に花びら状に変わり,波の振動数が加振 振動数の1/2に下がる。 そして,振幅を上げるにつれて波 形は球のまわりを不規則に回転するようになる(図2,3)。

2.2. 円柱の後流

ー様流中に直角に置かれた円柱のまわりの流れはレイノル ズ数が40の程度よりも低いときには定常であるが, それよ



図3 振動球まわりの水面波の波高計記録



図1 水中を降下する油滴 R = 550



図2 振動球まわりの水面波。球直径 3.75 cm, 振動数 36 Hz,振幅 1.5 mm

研究会報告

りも高くなれば非定常となり、カルマン渦列を発生する。図4はレイノルズ数 140 における

カルマン渦列を示す。一見流れは極めて規則的であ るようにみえるが,波形と振動数は常に不規則に揺 いでいる(図5)。さらにレイノルズ数を上げると 後流中に多数の細かい縦渦が現われ,流れの構造は 一段と複雑になる(図6)。図7,8は直径 0.5 cm, 長さ 200 cmの円柱後流(レイノルズ数 360)を示す。



図5 カルマン渦列の振動数 (C.A. Fviehe, 1980)



図8 円柱の後流。R = 360



図4 円柱後方のカルマン渦列。 R = 140



図6 円柱後方のカルマン渦列。 R = 300



図7 円柱の後流。R=360

円柱に近いところで波長 2.1 cmの斜めカルマン渦列が形成され, 円柱後方約 40 cm のところか ら新たに波長約 4.7 cmの 2 次元波が成長を開始, 円柱後方約 80 cm のところからは波長約 13 cmの 2 次元波が成長を開始していることが分る。一般に後流中には後流幅とほぼ等しい波長を もつ 2 次元的進行波が発生する。図 9 は直径 0.5 cm, レイノルズ数 100 の円柱を振幅 0.1 cm, 振動数 0.48 Hz で流れに直角な方向に加振したときの後流を示す。 加振しないときの後流の 発振周波数は約 0.66 Hz であるが, 加振周波数 0.48 - 0.88 Hz の範囲 で後流の発振周波数は 加振周波数に同期される。そして、同期の外れる付近で不規則な挙動が現われる。

## 2.3. 平板の境界層

流れに平行な平板に沿う境界層はその排除厚  $\delta^*$ でとったレイノルズ数  $R^*$ が500の程度よ りも大きいとき不規則な挙動を行う。しかし, 一見極めて不規則にみえる流れの中に種々の秩 序構造が存在することが次第に明らかになりつ つある。図 10 は平板に直角で主流に平行な断 面を示す。境界層が 20 $\delta^*$ 程度の波長をもつ2 次元的進行波運動を行っていることが分る。ま た図 11 は平板表面近傍の流れを示す。 平板表 面に沿って多数の縦渦が小さな間隔で並んでい ることが分る。一方,境界層の外端付近には大 きな間隔の縦渦の列が存在する。そしてこれら の秩序構造がそれぞれ不規則に揺いでいるよう に思われる。

2.4. 静止流体中で回転する円柱のまわりの 流れ

図12は静水中において1本の円柱をそれ自 身の軸のまわりに一様回転させたときの流れを 示す。最初は円柱表面に薄い一様な厚みの境界 層が形成されるが,時間が経つにつれて境界層 の厚みは増大し,やがて軸方向に周期的な厚み の変化が現われ,円柱を取囲む渦輪の列が並ぶ。 渦輪は次第に大きさを増し,隣りの渦輪と合体 しながら不規則な配列となり,どこまでも変形 を続ける。同様の現象は静止流体中で円柱が自 身の軸を中心にして回転振動を行う場合にも現



図9 振動円柱の後流。R=100



図10



平板に沿う境界層。 R\*=1900

図11 平板の表面近傍の流れ R\*= 2100



図12 静水中の回転円柱。円柱直径1cm, 1回転/秒

研究会報告 われる。

3. おわりに

以上,開いた流れの中から不規則な挙動を示すものをいくつか挙げてみた。今後は従来の実 験をカオスの立場から見直し,精密な実験を繰り返す必要があるように思われる。

## 強制振動の下での大振巾水面波のカオス的挙動

九大・応力研 船越満明,井上 進

水の入った円筒形容器(半径 a = 9 cm,水深 d = 14 cm)を水平方向に、変位が  $x = x_0$ ・ cos  $\omega t$  となるように加振する実験を行ない、( $\omega$ ,  $x_0$ ) がある領域内にあるときには水面波 がカオス的にふるまうことを示した。

加振周期  $T(=2\pi/\omega)$  は  $T_0$  に近い値に設定した。ここで  $T_0$  は、水面変位  $\eta$  が

 $\eta = c J_1(kr) \left\{ \begin{array}{c} \cos \theta \\ \sin \theta \end{array} \right\} ,$ 

であらわされるような固有モードの周期である。なお $(r, \theta)$ は円筒の中心を原点とする極座 標であり、 $\theta = 0$ を加振軸の方向にとる。また k は、 ka が  $J_1'$ の0に最も近い零点である ように決める。

図1は(T,  $x_0$ ) のいろいろな値に対する水面 波の挙動の分類を示したものである。T が $T_0$  か らある程度以上離れている場合には,波高の最大の の点が常に加振軸上にある一次元的振動がみられ る。しかしT が $T_0$  に比較的近い時には,最大の  $|\eta|$  を与える点が側壁に沿って一定方向に回る 一方向回転運動や,最大の $|\eta|$  を与える点の回 る向きや波の振巾が不規則に変化するカオス的挙 動がみられる。なお図1において,一次元的振動

