

Fig. 3 図2のA, Bに対応する発火時系列  $\{x_n\}$  をもとにした1次元写像

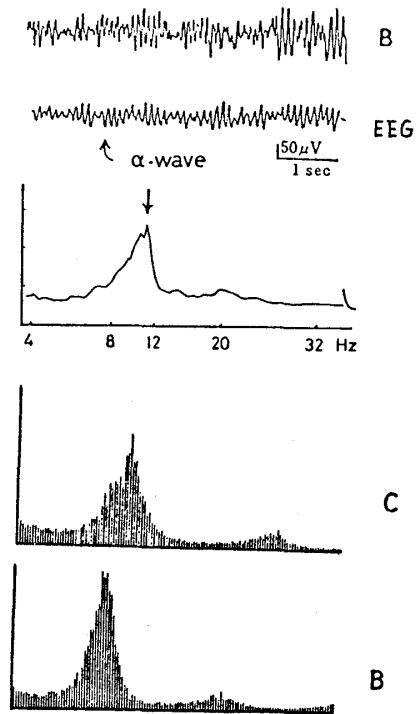


Fig. 4 脳の $\alpha$ 波との類似  
B, Cは図2と対応, EEGは脳波( $\alpha$ 波)の実測例とそのパワースペクトル

### コメント 結合 van del Pol 発振子系のリズム同期

電通大・物工 佐藤和弘

自然界には様々なリズムが観測される。その中のあるリズムは、周期的な外部摂動によって同期や引き込みを受けるし、また固有リズムを持つ多数の素子からなる集団が、素子間の結合を通してマクロに同期を起こすことも良く見られる現象である。生体系では脳波、心臓の鼓動、生体時計、物理系では振動、電気回路、レーザー発振などに多く例を挙げることが出来る。しかしここではやや原理的な興味から、リズム集団の数理モデルを考えて、その系に起こる同期現象を詳しく調べて見ることにする。今回紹介するのは、van del Pol 発振子の集団に、対称で線形の結合を導入した場合である。基礎方程式は連立常微分方程式

$$\dot{x}_i = i\omega_i x_i + (1 - |x_i|^2)x_i + \Gamma \sum_j (x_i - x_j)$$

で記述され、これを計算機で数値積分する。ここで  $x_i$ ,  $\omega_i$  はそれぞれ  $i$  番目の発振子の複素振幅と固有振動数,  $\Gamma$  は結合定数である。図1は、正方格子の最近接発振子間に結合があり、また  $\omega_i$  は  $\omega_0$  を中心とする一様分布とした時、 $r = 4\Gamma$  の増加と共に部分的な同期が徐々に系全体の同期へ進行する様子を示したものである（格子サイズは  $33 \times 33$  で周期的境界条件付き、結合によって変調された各発振子の平均振動数を記号で分類して表示）。また図2は振動数分布の  $\omega_0$  への引き込みを示す。同期現象の本質はそれぞれの発振子の位相調整にある。しかし発振子全体が同期を起こす結合定数のしきい値は、もともとサンプル依存性が強い上、サイズ依存性とか次元数依存性という微妙な問題もあって、今回は明確に結論を下すことが出来なかった。

(追記 東工大理 椎野正寿さんとの共同研究、またこの問題に関して色々議論して頂いた基研の篠本滋さんに感謝します。)

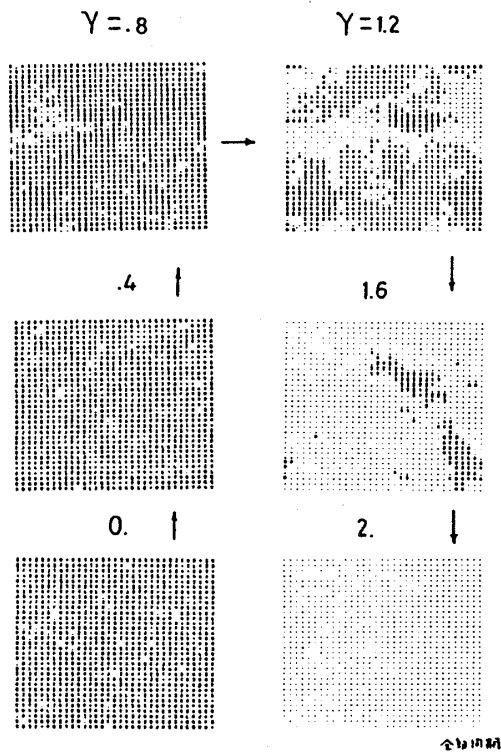


Fig. 1 発振子間の結合  $r$  の増大とともに、部分的な同期が全部同期へと進む例（各発振子の平均振動数を記号で表示）

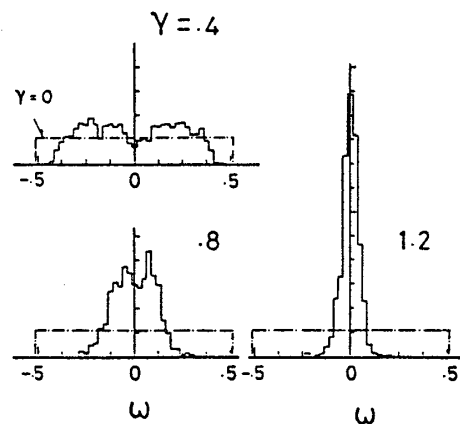


Fig. 2 結合により変調された各発振子の平均振動数分布。  $r = 0$  (結合なし) の時は一様分布だったものが、  $r$  の増大とともに中心周波数へ引き込まれる。