# 神経ネットワークモデルの秩序とカオス　II

電通大・物工　佐藤和弘，小畑克彦

前年の研究会に継続して，ランダム結合した神経ネットワークに励起される解の性質を調べた結果を報告する。基礎方程式は MuCulloch-Pitts によるシンプルな非線形連立差分方程式である（モデルの詳細については昨年の「物性研究」に掲載された佐藤・百瀬による同題目の研究会報告参照）。なお今回は，一度発火したニューロンはその後 $q$ ステップ発火が止まるという付加条件（不応期に相当する）を課している。またニューロン数 $N = 1000$，軸索結合数 $n = 10$ と，ネットワークの自由度が前より遙かに大きくなっている。

## (1) 不応期による同期

小数ニューロン，小数結合数（$N = 100$, $n = 3, 4, 5$）のネットワークに見られた最大の特徴は，初期発火条件に依存しない，固有で安定な周期解（リミットサイクルに相当，周期 $P$ は比較的短く $P < 10$ が普通）が存在することであった。結合数を 10 に増やすと，周期が長くなり $P > 1000$ も珍しくなくなるが，そのように長大な周期解もやはりネットワークに固有の解である。ところが不応期 $q$ を導入すると，解の周期が著しく reduce されて $P = q + 1$ に同期されてしまう。その代わり周期同一の解が初期条件に依存して幾通りでも出てきて，ネットワーク固有の解というものがなくなる。

## (2) 励起解の相図による分類と非周期解のスペクトル解析

次に $N = 1000$，$n = 10$ として励起解の調査を進めた。$q = 0$ の場合は周期が長大過ぎて，計算の実際上到底 $P$ を捕らえきれない。そこで，シミュレーションの時間内（最小でも $10^4$ step）に周期に入らなかった時は便宜上それを非周期解と呼ぶことにする。$q > 0$ でもシナプス結合が弱いと解は非周期的である。シナプス結合の強度を表わすパラメータを $W$ とし，$W - q$ 平面の上にネットワークの励起解を分類する相図を作ったのが図1である。励起なしの不活性領域 I，ネットワークに固有の周期解が現われる領域 II（ただし活性は低い），不応期による同期が起こる領域 III，そして非周期的な領域 IV，の四種類に整理分類出来る。

非周期領域 IV において，発火ニューロン数の時系列 $\{ x_n \}$ をとり，そのスペクトル解析を行なった結果が図2である。不応期がないとスペクトルは白色ノイズ的であるが，不応期を入

れると $q+1$ 周期より僅かに低振動数の位置に主ピークが現われ，またそのハーモニック成分の副ピークも見える（準周期的，相関関数はそれに対応して振動しつつ減衰する）。結合を強めるとピークは鋭くなり，遂には線スペクトルとなって同期状態へ移る。なお，発火時系列の振幅分布は，白色ノイズ領域も準周期領域も正規分布で良く近似でき，方程式が決定論的であるにもかかわらずGauss 的な確率過程との区別がつき難い。試みに $\{x_n\}$ の一次元写像を行なったが結果は図3に示すように複雑で，これがカオスのどの分類に属するものか現在我々には良く分からない。

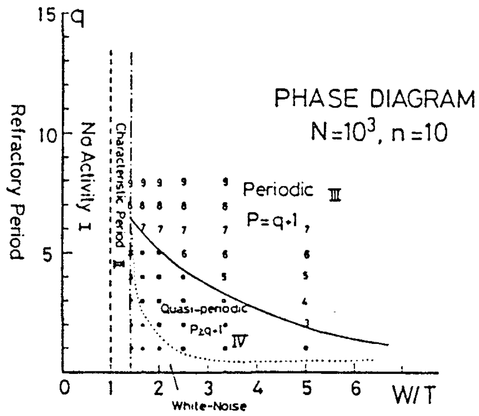


Fig. 1　ネットワークに励起される解を分類した相図

(3)　脳の $\alpha$ 波との類似性

$q=4, 5$ に対して得られた発火の時系列やスペクトルの形状は，脳の $\alpha$ 波の電位変動やそのスペクトルと良く似ている（図4参照）。勿論ここで議論しているのは，現実の神経系の本当に本質的な機能のみを抽出したシンプル極まりない数理モデルである。一方で，脳波が脳の活動の一体何を縮約あるいは射影しているのか，生理学的に明確でない事実がある。しかし今回得られたこの類似性の中には，脳波の発現機構を理解する糸口となる何かしら積極的な意味が含まれているのではないか，と我々は考えている。

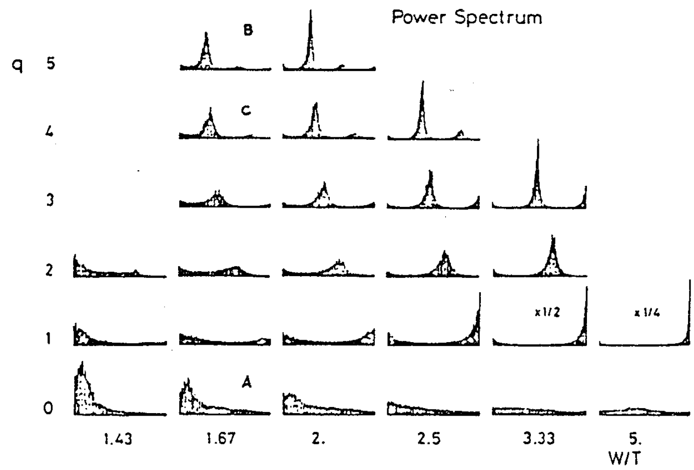


Fig 2　非周期領域で発火数の時系列をとりスペクトル解析

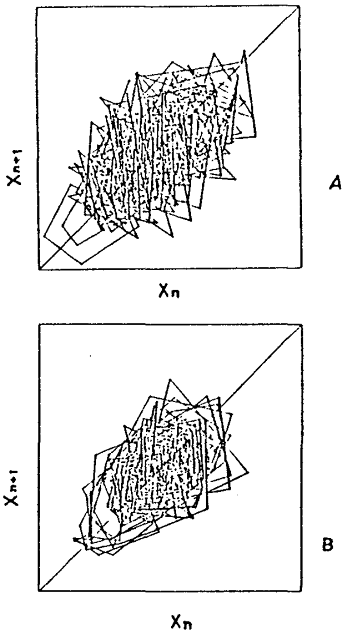


Fig. 3　図2のA，Bに対応する発火時系列 $\{x_n\}$ をもとに作った1次元写像

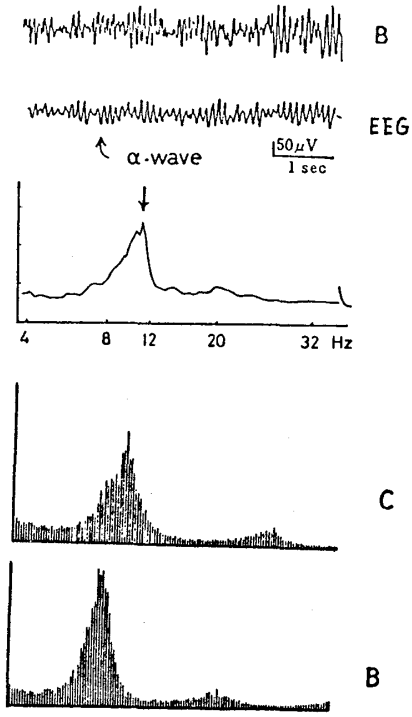


Fig. 4　脳の $\alpha$ 波との類似
B，Cは図2と対応，EEGは脳波（$\alpha$ 波）の実測例とそのパワースペクトル

# コメント　結合 van del Pol 発振子系のリズム同期

電通大・物工　　佐　藤　和　弘

自然界には様々なリズムが観測される。その中のあるリズムは，周期的な外部摂動によって同期や引き込みを受けるし，また固有リズムを持つ多数の素子からなる集団が，素子間の結合を通してマクロに同期を起こすことも良く見られる現象である。生体系では脳波，心臓の鼓動，生体時計，物理系では振動，電気回路，レーザー発振などに多く例を挙げることが出来よう。しかしここではやや原理的な興味から，リズム集団の数理モデルを考えて，その系に起こる同期現象を詳しく調べて見ることにする。今回紹介するのは，van del Pol 発振子の集団に，対称で線形の結合を導入した場合である。基礎方程式は連立常微分方程式