

研究会報告

$= 0$ と $\Delta t = 0.8$ としたときの $\langle x_t x_0 \rangle$ のスペクトルである。つまり、違った Poincaré 断面を取っていることになる。図 4 は、 $\langle \dot{x}_t \dot{x}_0 \rangle$ の結果である。スケール因子は(1)と同じものを使った。

以上の結果は次のようにまとめられる。

- (i) 一次元写像は、noninvertible で、そのアトラクターは区間の和集合であるが、二次元写像は invertible でアトラクターは Cantor 構造をもつ。このような違いがあるにもかかわらず、周期的カオスのスペクトルは同じスケール因子 α をもつ同じ漸化式でよく記述される。
- (ii) 連続時間系の Poincaré 写像では、Poincaré 断面の位置（今の場合は時刻）によらず、そのスペクトルは、同じ漸化式で表現できる。
- (iii) Poincaré 写像では $x-x$ のスペクトルにも、 $\dot{x}-\dot{x}$ のスペクトルにも同一の漸化式が成立する。

こうして、一次元写像系について得られたスペクトルに対する漸化式は、周期的カオスについて一般的であると推論してよいであろう。

参考文献

- 1) T. Yoshida, Prog. Theor. Phys. 73 (1985), 349.
- 2) 吉田健, 物性研究 44 (1985), 337.
- 3) A. H. MacDonald and M. Plischke, Phys. Rev. B27 (1983), 201.

間欠的カオスのスペクトル構造

九大・理 徐 丙鉄, 森 肇

サドル・ノード分岐によって発生する間欠的カオス (Type I) のスペクトル構造について述べる。

Type I の間欠的カオスはポアンカレ写像をとると、

$$x_{n+1} = \begin{cases} x_n^2 + \frac{1}{4} + \varepsilon, & (0 \leq x_n \leq D) \\ \frac{1-b}{1-D}(1-x_n) + b, & (D < x_n \leq 1) \end{cases} \quad (1)$$

で与えられる。ただし、層流状態 ($0 \leq x_n \leq D$) への再投入のプロセスは、一般にはその力学系の大域的性質に依存するのだが、ここでは(1)のように仮定する。bは再投入をコントロールする。εが分岐パラメータである。

数値計算で求めた(1)のスペクトルを図1, 2に示す。ただし、普通の意味でのパワースペクトル $S(\omega)$ を、次のように rescale した。

$$\tilde{S}(\nu) \equiv \frac{1}{\tau_c} S(\nu/\tau_c), \quad \tau_c \equiv \pi/\sqrt{\varepsilon}, \quad \nu \equiv \tau_c \omega. \quad (2)$$

図1は、 $b=0$ に固定したときの $\tilde{S}(\nu)$ のε依存性を示す。この場合、スペクトル $\tilde{S}(\nu)$ は等間隔に並んだピーク列からなり、その包絡線は逆巾則 $\tilde{S}(\nu) \propto \nu^{-\zeta}$ に従い、スペクトル構造は漸近的に不変である。ピーク間隔は元のスケールで見ると、 $\Delta\Omega = 2\pi/\tau_c$ で与えられ、 τ_c は層流の最大寿命という意味を持つ。

図2、 $\varepsilon = 10^{-4}$ に固定したときの $\tilde{S}(\nu)$ のb依存性を示す。bを増大させると、層流の寿命 τ_n の揺ぎ ($\langle (\tau_n - \bar{\tau})^2 \rangle^{1/2} / \bar{\tau}$)が増し、それに呼応して、各ピークの中が増大している。 $b=0.5$ では、 $1/f$ 型スペクトルを観測される。なお、これらの結果の定性的説明は、層流の寿命の分布を考えれば、自明となる。

一方、次のような描像に基づいてスペクトルを計算してみる。間欠的の時系列 $X(t)$ を、種々の寿命 τ_n 、初期位相 ϕ_n 、振巾変調 $A_n(t)$ を持った層流 ($X_n(t) = A_n(t) e^{i\omega_0 t + i\phi_n}$) のランダムな列 ($X(t) = \sum_n X_n(t)$) とみなし、第一近似として、相異なる層流間の相関を無視すると、スペクトル $S(\omega)$ は次のように表現される。

$$S(\omega) \simeq \frac{\tau_c^2}{\tau} |B(\omega)|^2 \frac{e^{2r(\omega)} - 1}{e^{2r(\omega)} + 1 - 2e^{r(\omega)} \cos(\omega\tau(\omega))} \quad (3)$$

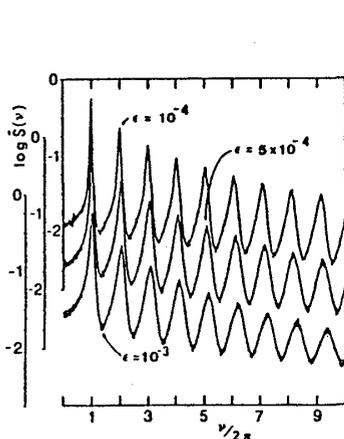


図 1

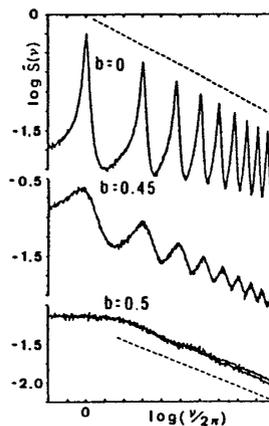


図 2

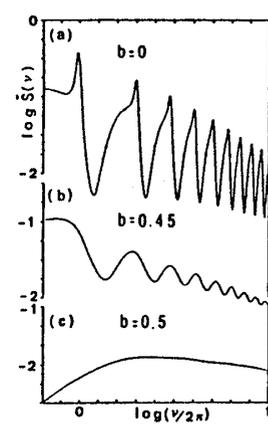


図 3

研究会報告

ここで、 $\tau(\omega)$ 、 $r(\omega)$ は $\{\tau_n\}$ の特性関数を用いて、

$$\langle e^{-i\omega\tau_n} \rangle \equiv e^{-i\omega\tau(\omega)-r(\omega)} \quad (4)$$

と定義し、 $B(\omega)$ は

$$B(\omega) \equiv \frac{1}{\tau_c} \langle \int_0^{\tau_n} ds \hat{A}_n(s) e^{-i\omega s} \rangle \quad (5)$$

である、又、(1)は対応して、 $\omega_0 = 0$ 、 $\phi_n = 0$ の場合を書き下した。 $\tau(\omega)$ 、 $r(\omega)$ の関数形については [2, 3] で詳しく論じられている。

$\tau(\omega)$ と $r(\omega)$ を数値的に求め、それらを用いて、(3)を計算し、それを rescale したものが、図3である。図2と比較して、 b 依存性を含めて、この描像は間欠的カオスの本質をよく捕えていることが分る。

参考文献

- 1) B. C. So and H. Mori, Prog. Theor. Phys. 72 (1984), 1258.
- 2) B. C. So and H. Mori, "Asymptotic Shapes of Power Spectra of Intermittent Chaos near its Onset Point" (to be published in Physica D)
- 3) H. Mori, B. C. So and S. Kuroki, "Spectral Structure of Intermittent Chaos" (to be published in Physica D)

2次元ポアンカレ写像のスペクトル

九大・理 森 肇, 森田照光, 秦 浩起, 堀田武彦

カオスの確率論を決定論(的運動方程式)から具体的に作れるかどうかは

- 1) 適当な粗視化を行ない、
- 2) 粗視変数の状態空間において、カオスの不変確率密度を定常解としてもつ、統計物理的発展方程式を作れる、

かどうかにかかっていると思える。ここで、統計物理的発展方程式とは、熱平衡分布を定常解としてもつ、ボルツマン方程式やフォッカープランク方程式に相当するもので、その特徴は、時間推進が平均化の演算子であり、逆行不可能なものを意味する。