研究会報告

ＧＴ線における非線形帯磁率について

東大 理　　香取眞理　　鈴木増雄

§１．有限磁場中のスピングラス相

Gabay と Toulouse[1] は，$\sum_{\mu=1}^{m} S_{i\mu}^2 = m$ という規格化条件を満たすm成分ベクトルスピンのＳＫモデル[2]を提案した。このモデルはm成分ベクトルスピンのすべての対に相互作用J_{ij} が働き，このJ_{ij} が次のようなサイトに依らない一様な確率分布に従うというモデルである：

$$P(J_{ij}) = [N/2\pi J^2]^{1/2} \exp[-(J_{ij}-J_0/N)^2/2(J^2/N)] \quad .$$

彼らはレプリカ法[3]を用いて，この系の自由エネルギーのクエンチ平均を評価し，図１のような相図を得た[1]。

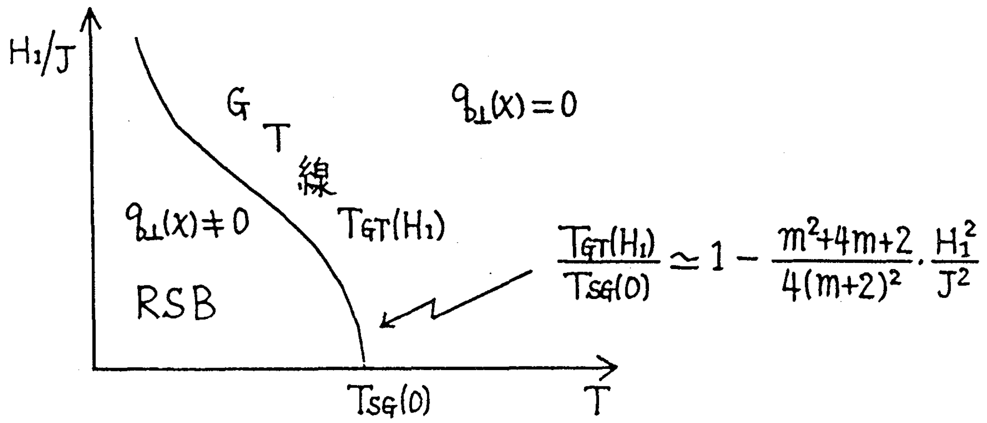

図１　m-ベクトルＳＫモデルの相図

これによると，有限磁場H_1の下で，ＧＴ線と呼ばれる境界線$T_{GT}(H_1)$で外場H_1に対して垂直方向のスピングラスオーダー$q_\perp(x)$が自発的に出現する。イジングＳＫモデルに対して de Almeida －Thouless[4] が行なったのと同様な安定性の議論の結果，Cragg ら[5] はＧＴ線で，外場H_1の方向と垂直方向の両方向同時にレプリカ対称性が破れることを示し，また Gabay ら[6]は，Parisi の処方箋[7]に従って実際にＧＴ線でレプリカ対称性を破る解を得た。

このＧＴ線は，外場H_1に垂直な方向に注目すれば，イジングスピングラスにおいて$q(x)$が自発的に出現し，同時にレプリカ対称性が破れる点（Ｈ＝０，Ｔ＝T_{SG}）と同様な相転移線である。イジングスピングラスでは，T_{SG}で非線形帯磁率が発散する。[8)~10)]
mベクトルスピングラスの場合，上述のようにＧＴ線で$q_\perp(x)$が出現するので，これに共役な外場として横方向微小磁場を考えると，これに対する非線形応答，すなわち非線形横帯磁率がＧＴ線で発散することが予想される。[11]

§２．ＧＴ線における非線形帯磁率

筆者らは，m成分ベクトルスピンSKモデルのSK（レプリカ対称）解においてGT線近傍での非線形帯磁率を調べた。[12] この解は，GT線以上の高温相（パラ相）で正しい。[5] m成分中，第1軸方向に外場H_1をかけ，これと垂直な第2軸方向に微小な横磁場$H_\perp$を印加するという状況を考え，次のようなオーダーパラメタを導入した：

$$m_\mu^\alpha = \begin{cases} m_1 = m_{\parallel} \\ m_2 = m_\perp \end{cases} \quad \cdots\cdots \text{ magnetization}$$

$$q_{\mu\nu}^{(\alpha\beta)} = \left.\begin{cases} q_{11} = q_{\parallel} & \cdots\cdots \text{ longitudinal} \\ q_{22} = q_\perp & \cdots\cdots \text{ transverse} \\ q_{12} = q_{21} = p & \cdots\cdots \text{ crossing} \end{cases}\right\} \text{ SG order parameter}$$

及び x_1, x_2, y ‥‥ quadrapolar order parameters .

筆者らは，これらのオーダーパラメタを独立な変数とみなしてセルフコンシステント方程式を解き，$H_\perp$に対する$m_\perp$の3次，及び$m_{\parallel}$の4次の非線形帯磁率がGT線$T_{GT}(H_1)$で発散するという結果を得た：[12]

$$\left.\frac{d^3 m_\perp}{dH_\perp^3}\right|_{H_\perp\to 0} \propto \frac{1}{T - T_{GT}(H_1)}, \quad \left.\frac{d^4 m_{\parallel}}{dH_\perp^4}\right|_{H_\perp\to 0} \propto \frac{1}{(T - T_{GT}(H_1))^2}.$$

さらに，GT線近傍で$H_\perp \to 0$の極限（$t \sim (T - T_{GT}(H_1))$として，$t\to 0$，$H_\perp \to 0$かつ $H_\perp/t = \text{const.}$）を考えると，磁化の非線形項において次のようなスケーリング則が成り立つことが示せた：[12]

$$m_\perp(H_\perp) - \chi_{\perp,\perp}^{(1)} H_\perp \simeq t f\left(c_1(H_1)\cdot\frac{h_\perp^2}{t^2}\right),$$

$$\{m_{\parallel}(H_\perp) - m_{\parallel}(0)\} - \chi_{\parallel,\perp}^{(2)} H_\perp^2 \simeq g\left(c_1(H_1)\cdot\frac{h_\perp^2}{t^2}\right),$$

ただし，$t \propto (T - T_{GT}(H_1))$，$h_\perp = \chi_{\perp,\perp}^{(1)} H_\perp$。ここで，$f(x)$及び$g(x)$はスケーリング関数であり次式で与えられる：

$$f(x) = \frac{1}{2}\left(-1 + \sqrt{1+2x}\right),$$

$$g(x) = \frac{1}{2x}\left(-1 + \sqrt{1+2x}\right)^2,$$

（図2を参照）。

これに対して，根本，高山氏により次のような反論がなされた。[13] いま考えているモデルは，完全に球対称なものであり，かつパラ相からのGT線への接近を取り扱っている。よって，横微小磁場の印加は，（$\vec{H}_1$と$\vec{H}_\perp$との合成ベクトル方向を改めて第1軸とみなせば）第1軸の取り直しと熱力学的には等しい（図3）。ところがSK解では有限磁場中で，その方向についての（非線形）帯磁率はレプリカ対称性の破れに伴って異常を示

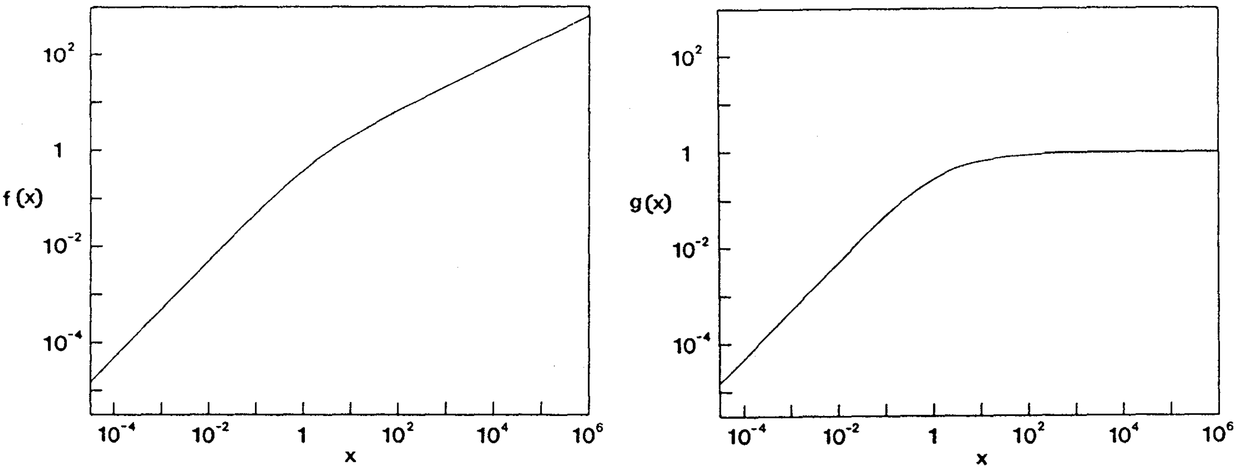

図2　スケーリング関数

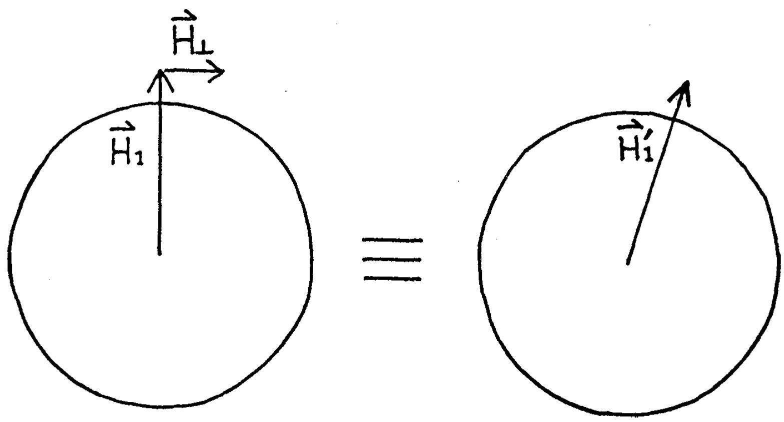

図3

さない。 よってGT線上では，(一様外場に対する応答には) 発散は現れない。 また，先の計算では セルフーコンシステント方程式でH_1方向と$H_\perp$方向とを結びつけるパラメタ $p(=g_{12})$ の取り扱い方が不適当であったため，球対称性を破ってしまっているという指摘がされた。[13]

しかしながら，GT線上の相転移は有限磁場が印加されているという一軸的対称性の下でこれに垂直方向の$g_\perp$が現れるというタイプのものであり，たとえGT線より高温側でもGT線近傍では，この$g_\perp$の自発的出現に先行して球対称性を破るような"ゆらぎ"が発達しているはずである。 この状況で$H_\perp$を印加しても，$\vec{H}_1' = \vec{H}_1 + \vec{H}_\perp$ をはじめから印加した下でのスピン配置への再編成には非常に長い時間がかかるものと思われる。これより短時間の測定においては，外場H_1の下でのこれに垂直な$g_\perp$の出現に伴って，$g_\perp$に共役な外場としての$H_\perp$に対しての応答の異常が観測されるであろう。 筆者らの議論はこのような状況を考えたものである。[12] 実際の測定において，H_1としてstaticな磁場をかけるのに対して$H_\perp$としては微小な交流磁場を印加するならば，GT線での非線形横帯磁率の異常は 十分観測される可能性があると思われる。

§3．AT線（及びGT線）での非線形磁場効果

根本，高山氏の反論は，GT線上での横方向微小磁場に対する応答と言っても，実は軸を取り直せば，有限磁場中でのその方向に対する応答を見ることと等価であり，よって $H_1 \neq 0$ である限り異常はない，というものである。これは，イジングSKモデルにおけるSK解は，$H=0$，$T=T_{SG}$ でのみその非線形帯磁率が発散し，$H \neq 0$ では レプリカ対称性が破れる相転移線であるAT線[4]上でさえも，$\frac{d^2 q}{dH^2}$ も $\chi_2 = \frac{d^3 m}{dH^3}$ も異常を示さないということを根拠にしている。

しかしながら，SGオーダパラメタ帯磁率 $\chi_{SG} = N^{-1}\sum_{ij}\chi_{ij}\chi_{ji} = N^{-1}\sum_{ij}\langle(\partial^2 F/\partial h_i \partial h_j)^2\rangle$ は，AT線への接近に伴って発散する。[14] この意味で，$H \neq 0$ のAT線でもやはり巨視的秩序形成があるはずである。このχ_{SG}の発散をレプリカ理論で示すには，SK解の枠内では無理であり，レプリカ対称性の破れを許すParisi 解を用いなければならない：[15]

$$\chi_{SG} = \lim_{n \to 0} N^{-1} n^{-2} T^{-2} \sum_{ij} \sum_{\alpha=1}^{n} \sum_{\gamma=1}^{n} \sum_{\lambda=n+1}^{2n} \sum_{\mu=n+1}^{2n} \langle S_i^\alpha S_j^\gamma S_i^\lambda S_j^\mu \rangle .$$

以上の考察より，筆者らは次のことを主張したい。高温側からのAT線への接近に伴う非線形磁場効果を議論する場合，たとえ高温側であってもレプリカ対称性の破れを許す枠に拡げて評価しなければ不十分であろう。なぜならば，AT線そのものがSK解[2]あるいはそれと等価な現象論的な取り扱い[8]では規定されないからである。ただし，臨界点でレプリカ対称性が破れるだけでなく（磁場の2乗と共役な）スピングラスオーダーパラメタが自発的に出現する場合には，非線形磁場効果をSK解あるいは現象論的な枠内でも その本質は記述できると思われる。（イジングスピングラスの $H=0$，$T=T_{SG}$ 及び m成分ベクトルスピングラスのGT線の垂直方向は，この範疇に属する。）

今後，Parisi 解の枠に拡げた上で，（一様外場に対する χ_2 をも含めた）非線形磁場効果を調べてみたい。

References

1) M.Gabay and G.Toulouse, Phys.Rev.Lett. 47(1981),201.
   G.Toulouse and M.Gabay, J.de Phys.Lett. 42(1981),L103.
2) D.Sherrington and S.Kirkpatrick, Phys.Rev.Lett. 35(1975),1792.
3) S.F.Edwards and P.W.Anderson, J.of Phys. F5(1975),965.
4) J.R.L de Almeida and D.J.Thouless, J.of Phys. A11(1978),983.
5) D.M.Cragg,D.Sherrington and M.Gabay, Phys.Rev.Lett. 49(1982),158.
6) M.Gabay,T.Garel and C.De Dominicis, J.of Phys. C15(1982),7165.
7) G.Parisi, Phys.Lett. A73(1979),205;Phys.Rev.Lett. 23(1979),1754;J.of Phys.A13 (1980),L115,1101,1887.
8) M.Suzuki, Prog.Theor.Phys. 58(1977),1151.
9) S.Katsura, Prog.Theor.Phys. 55(1976),1049.
   J.Chalupa, Solid State Commun. 22(1977),315.
   K.Wada and H.Takayama, Prog.Theor.Phys. 64(1980),327.
10) Y.Miyako,S.Chikazawa,T.Saito and Y.G.Youchunas, J.Phys.Soc.Jpn.46(1979),1951.
   Y.Miyako,S.Chikazawa,T.Sato and T.Saito, J.Magn.Magn.Mat.15-18(1980),139.
11) M.Suzuki, Prog.Theor.Phys. 73(1985),830.
12) M.Katori and M.Suzuki, Prog.Theor.Phys. 74(1985),1175.
13) K.Nemoto and H.Takayama,to appear in Prog.Theor.Phys. 75(1986),No.2.
14) A.J.Bray and M.A.Moor, J.Phys.C12(1979),L441.
15) D.J.Thouless,J.R.L de Almeida and J.M.Kosterlitz, J.Phys. C13(1980),3271.