

二三の話題をめぐって

——スピンのフラストレーション, そのアンチテーゼ,  
量子系の熱力学関数——

名大工 中野 藤生

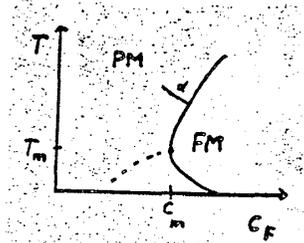
結晶格子上的スピンの排向に競合がある, スピン集団にフラストレーションが起る  
たると, 平均場近似の観点からでは, 安定な熱平衡状態の予想が立ちにくい。そんな場  
合にどんなスピン構造が現れるかという問題はスピングラス (SG) の現象とも関連して  
興味を持たれる。f.c.c. 格子中で正負の交換相互作用が混入しているものの磁性を, 平  
均場近似を越えて調べてみることに本稿で取上げたい第一の話題である。

第二の話題は, 30 気圧に近い圧力の下で出現し, b.c.c. 格子を形成する  $^3\text{He}$  固体の  
スピン排列の問題である。1 mK 近くの低温で c 軸方向に上上下下という順で繰返すスピ  
ン排列 (uudd 構造) が観測されている。この事実を, 平均場近似に基く考察によくと  
通常の 2 体の交換相互作用だけでなく, 3 体及び 4 体の交換相互作用を働いていること  
が確からしい。このような相互作用は, 4 箇のスピンをループとして結合し, uudd 構  
造を安定化する働きを持っていて, 唯 2 箇のスピンを結合して両端はガラガラのまま  
のとは異って, 揺ぎの発達を抑えこんで, 秩序の崩壊が起ることはなさそうに思われ  
る。このような体系については, 高次の影響が平均場近似の結論にどのように及ぶか  
については, これまでに知見がなかりあけ尽から, 少し調べてみようというものが第二の話題で  
ある。これだけしつフラストレーション問題のアンチテーゼに位置すると考えられる。

第三の話題は第一, 第二の話題を取扱うのに用いた理論的方法に関するもので, 量子  
系の熱力学の基本に解かせるものである。

§1 競合の起るランダム・スピンの磁性<sup>1)</sup>

Binder<sup>2)</sup> は, スピン・ガラスについて, 強磁性的 (+), 反強磁性的 (-) の交  
換相互作用の競合のため, 後者の割合が増すと, ついには強磁性が起らなくなり, そ  
の近傍では微妙な磁性が現れるが, それを SG であるかと言っている。1 図はそれ  
の相図を表している。C<sub>F</sub> は + ボンドの割合で, FM, PM はそれ  
ぞれ強磁性相, 常磁性相を表している。彼は, 最近接間及び第  
2 近接間間の交換相互作用をそれぞれ J<sub>1</sub>, J<sub>2</sub> とすると, J<sub>1</sub> > 0,  
J<sub>2</sub> < 0, |J<sub>2</sub>| ≪ J<sub>1</sub> とするとき, 温度 T ≫ |J<sub>2</sub>|/k では J<sub>2</sub> の効  
果は顕れなかりが, 十分低温では影響を及ぼし, 強磁性相の不安  
定化を招くので (1 図 (C<sub>F</sub> ≡ J<sub>1</sub>/|J<sub>2</sub>|)), FM と PM との境  
目の曲線の低温部分で折れ曲る。C<sub>F</sub> = C<sub>m</sub> の右側ではいわゆる  
Reentrant transition が起る。破線では T - T<sub>m</sub> 曲線  
(x: 零磁場磁化率) にピークが現れる。破線以下の領域を SG 的だと考えていたように  
ある。複雑な競合のあるスピン系でも同様なことになると推定しているが, 微視的なハミ  
ルトニアンからこのような相図を導くことは手に負えないとして, 彼は 1 図上  
, 曲線からの距離 d をパラメータにとり, スケールリング論による考察を行っている。

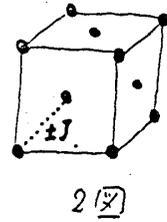


1 図

本研究では、由りなりにもハミルトニアンに基く考察に手を付けずみるの2)である。

二通りの模型I, IIを採用する。模型Iはf.c.c.格子上の±Jハイゼンベルグ模型である。ハミルトニアンを

$$H = -\frac{J}{2} \sum_{\langle ij \rangle} \mu_{ij} \sigma_i \cdot \sigma_j \quad \left( \begin{array}{l} \sigma_i \text{ はパウリ行列ベクトル} \\ \mu_{ij} = \pm 1, J > 0 \end{array} \right) \quad (1)$$



と記す。μ<sub>ij</sub>の値は最近接格点間のポント<ij>の種類を表し、+1ならば強磁性、-1ならば反強磁性であることに注意。従ってZのランダム平均μ≡⟨μ<sub>ij</sub>⟩はC<sub>F</sub>-C<sub>A}=2C<sub>F</sub>-1に等しい(C<sub>F</sub>, C<sub>A</sub>は+1, -1の割合)。</sub>

σ<sub>i</sub>の熱平均⟨σ<sub>i,z</sub>⟩は熱力学般共役変数数のkT分の1(今A端元には、μ<sub>B</sub>H/kTに等しい)。μ<sub>B</sub>はボア磁子、Hは磁場を表す)と見做して状態和

$$Z = \text{Tr} \left( e^{\sum_i \sigma_{i,z}} e^{-\beta H} \right) = \text{Tr} \left( e^{\sum_i \sigma_{i,z} - \beta H} \right) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\beta)^n}{n!} \langle H^n \rangle, \quad (2)$$

$$Z_0 = \text{Tr} \left( e^{\sum_i \sigma_{i,z}} \right) = 2^N \cosh^N \xi, \quad \langle H^n \rangle \equiv \text{Tr} \left( e^{\sum_i \sigma_{i,z}} H^n \right) / Z. \quad (3)$$

を依る。(2)式より対数を取ると自由エネルギー

$$G = -kT \ln Z = \ln Z_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-\beta)^n}{n!} K_n, \quad K_n = \frac{\partial^n}{\partial \lambda^n} \ln \langle e^{\lambda H} \rangle \Big|_{\lambda=0} \quad (4)$$

が導かれる。K<sub>n</sub> (n=1, 2, 3)は

$$K_1 = P_1 z^2, \quad K_2 = Q_0 + Q_1 z^2 + Q_2 z^4, \quad K_3 = R_0 + R_1 z^2 + R_2 z^4 + R_3 z^6, \quad (z \equiv \tanh \xi) \quad (5)$$

$$P_1 = -3J\mu, \quad Q_0 = 4.5J^2, \quad Q_1 = 3J^2(11\mu^2-1), \quad Q_2 = -34.5J^2\mu^2 \quad (6)$$

$$R_0 = 4.5J^3(\mu-4\mu^3), \quad R_1 = 1.5J^3(67\mu-343\mu^3)$$

に於て与えられる。(4)式に基いて秩序パラメータσ (zは磁化の比)を:

$$\sigma = \frac{1}{N} \frac{\partial}{\partial \xi} \ln Z = \tau - \beta \frac{\partial K_1}{\partial z} (1-z^2) + \frac{\beta^2}{2} \frac{\partial K_2}{\partial z} (1-z^2) - \frac{\beta^3}{6} \frac{\partial K_3}{\partial z} (1-z^2) \quad (7)$$

と導かれる。(7)式をξについて解いて、ξをσの関数として求めると、ヘルムホルツの自由エネルギーF(σ, T)を導くことができる:

$$\frac{F(\sigma, T) - F(0, T)}{NkT} = \int_0^\sigma \xi d\sigma = \frac{1+\sigma}{2} \ln(1+\sigma) + \frac{1-\sigma}{2} \ln(1-\sigma) + \beta P_1 \sigma^2 + \frac{\beta^2}{2} \{ (4P_1^2 - Q_1) \sigma^2 - (4P_1^2 + Q_2) \sigma^4 \} + \beta^3 \{ (4P_1^3 - 2P_1 Q_1 + \frac{1}{6} R_1) \sigma^2 + (-\frac{40}{3} P_1^3 + 2P_1 Q_1 - 4P_1 Q_2 + \frac{1}{6} R_2) \sigma^4 + \frac{1}{6} (56P_1^3 + 24P_1 Q_2 + R_3) \sigma^6 \}. \quad (8)$$

磁化率は ∂{F(σ, T) - Nμ<sub>B</sub>Hσ} / ∂σ = (t/2) ln{(1+σ)/(1-σ)} + Aσ + Bσ<sup>3</sup> + Cσ<sup>5</sup> - h = 0 から求められる。σ = σ<sub>0</sub> + χ<sub>0</sub>h + χ<sub>1</sub>h<sup>2</sup>/2 + χ<sub>2</sub>h<sup>3</sup>/6 (σ<sub>0</sub>は自発磁化)とて

$$\chi_0 = \frac{1}{U}, \quad \chi_1 = -\frac{V}{U^3}, \quad \chi_2 = \frac{3V^2 - UW}{U^5}. \quad (9)$$

$$U = (1 - \sigma^2)^{-1} t + A + 3\beta\sigma_0^2 + 5C\sigma_0^4, \quad V = 2\sigma_0(1 - \sigma_0^2)^{-2} t + 6B\sigma_0 + 20C\sigma_0^3, \quad (10)$$

$$W = 2(1 + 3\sigma_0^2)(1 - \sigma_0^2)^{-3} t + 6B + 60C\sigma_0^2$$

が導かれる。T, H ∝ t^{-1/2} = t ≡ kT/J, h ≡ M\_B H/J を用いた。A, B, C は

$$A = 2\beta P_1 + \beta^2(4P_1^2 - Q_1) + 2\beta^3(4P_1^3 - 2P_1Q_1 + \frac{R_1}{6}), \quad B = -2\beta^2(4P_1^2 + Q_2) + 4(-\frac{40}{3}P_1^3 + 2P_1Q_1 + \frac{R_2}{6}), \quad (11)$$

$$C = 56P_1^3 + 24P_1Q_2 + R_3$$

に代して与えられる。又 F(0, T) 及び熱容量 C に就しては

$$\frac{F(0, T)}{NJ} = -t \ln 2 - \frac{Q_0}{2tJ^2} + \frac{R_0}{6t^2J^3}, \quad \frac{C}{Nk} = \frac{Q_0}{t^2J^2} - \frac{R_0}{t^3J^3} \quad (12)$$

が導かれる。なお1図に該当する相図を3図 (C\_m ≃ 0.81, T\_m ≃ 2.51 J/k) に示しておく。

模型IIは f.c.c. 格子で、最近接対間には J\_1 (> 0), 第二近接対間には J\_2' (< 0) 又は J\_2'' (< 0) の交換相互作用が働くものである。この種の模型は Co(SxSe\_{1-x}) の磁性の考察に用いられたいとされている。ハズルト = p とし

$$H = -\frac{J_1}{2} \sum_{\langle ij \rangle} \sigma_i \cdot \sigma_j - \frac{1}{2} \sum_{\langle k\ell \rangle} \left( \frac{1 + \mu_{k\ell}}{2} J_2' + \frac{1 - \mu_{k\ell}}{2} J_2'' \right) \sigma_k \cdot \sigma_\ell \quad (13)$$

を用いる (μ\_{kℓ} = ±1)。<ij> は最近接対を、<kℓ> は第二近接対を表す。この場合、(5)式は

$$P_1 = -J_1(3 + 1.5\alpha), \quad Q_0 = 2.25J_1^2(2 + \alpha^2), \quad Q_1 = J_1^2(30 + 36\alpha + 7.5\alpha^2 - 1.5\alpha_2), \quad Q_2 = -0.2J_1^2(138 + 144\alpha + 33\alpha^2), \quad R_0 = -0.25J_1^3(54 + 108\alpha - 9\alpha_3), \quad (14)$$

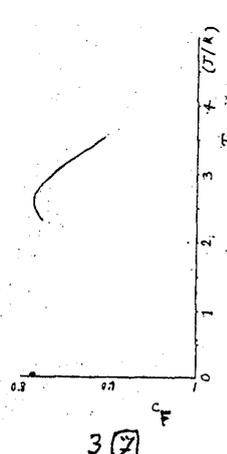
$$R_1 = -3J_1^3(138 + 276\alpha + 144\alpha^2 - 18\alpha_2 + 18.75\alpha^3 - 8.625\alpha\alpha_2 + 0.875\alpha_3).$$

$$\alpha = \{ (J_2' - J_2'')c + J_2' \} / J_1, \quad \alpha_2 = \{ (J_2'^2 - J_2''^2)c + J_2''^2 \} / J_1^2, \quad (15)$$

$$\alpha_3 = \{ (J_2'^3 - J_2''^3)c + J_2''^3 \} / J_1^3$$

が代入されるべきである。C ≡ 2μ - 1 (μ ≡ <μ\_{kℓ}>) とした。

4図, 5図は模型Iに対する結果を表す。4図は μ = 0.47, 0.45, 0.40 の各場合の結果を、実線、破線、点線で区別して描いてある。(a) は χ\_0, (b) は -χ\_2, (c) は熱容量 C の温度依存性を示している。単位は記してやらないで、適宜に理解して頂きたい。5図は μ = 0.7 の場合の同様な結果を示している。4図(c), (b) に見られるように、χ\_0 がある温度 T\_g 近くでピークを示し、-χ\_2 も T\_g 近くで一層鋭いピークを持つのは、Binder の主張と同様であるが、彼の考えたように C ≃ C\_m のように C\_m に近い場合のみならず、C\_F がもっと小さいときにも起こる。実際5図ではそのようなことは起こっていない。FM-PM 転移が2次転移であるが、Binder は2次転移と仮定して推論しているため、このような相転移が起こるわけである。SG の観測事実に似て、熱容量に異常が



理もない。模型IIに対する同様な結果は6図, 7図にそれぞれ示している。ただし  $J_2' = -0.2$ ,  $J_1, J_2'' = -0.7$  に選んでいる。6図では  $c = 0.34$  の実線,  $c = 0.28$  の破線,  $c = 0.22$  の点線が描かれている。7図は  $c = 0.7$  の場合である。

§2 固体<sup>3</sup>He中の核スピンの排列

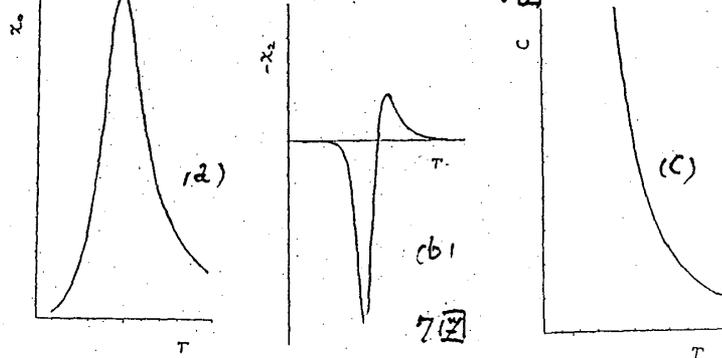
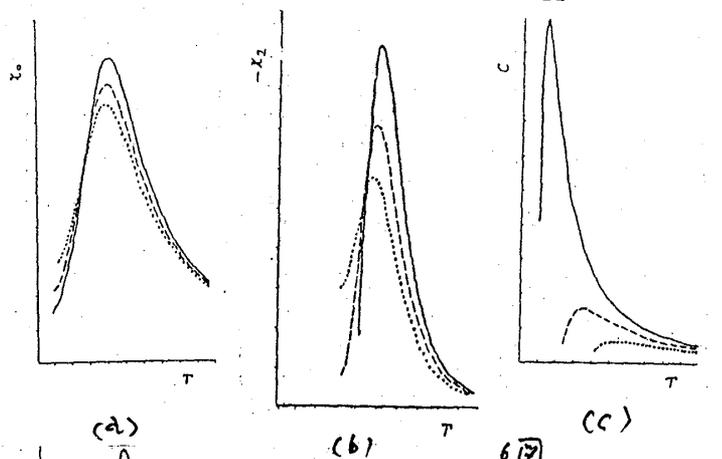
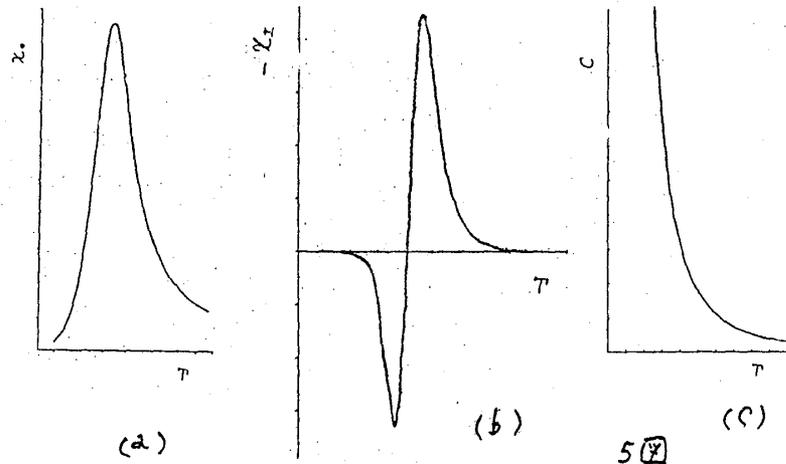
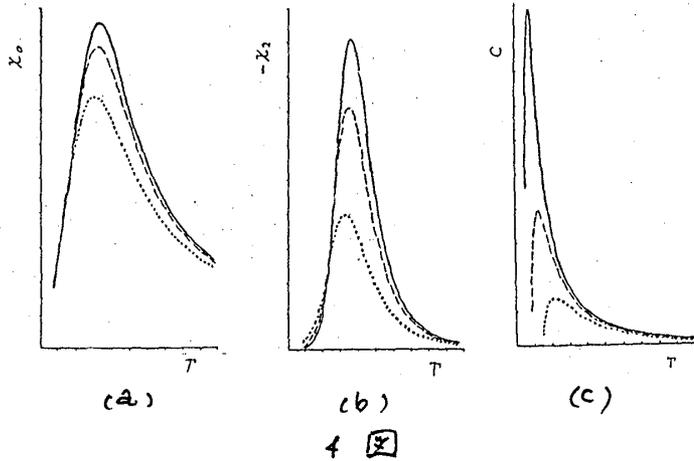
<sup>3</sup>He原子はb.c.c.格子を形成し、各核スピン(パウリ・スピン)  $\sigma_i$  に関する交換ハミルトニアンは

$$H = -\sum_{n=1}^3 \frac{J_n}{2} \sum_{\langle ij \rangle}^{(n)} (\sigma_i \sigma_j) + \sum_{\langle ijkl \rangle} \frac{J_4}{4} \{(\sigma_i \sigma_j)(\sigma_k \sigma_l) + (\sigma_i \sigma_l)(\sigma_j \sigma_k)\} - \sum_{\alpha=P,F} \frac{K_\alpha}{4} \{(\sigma_i \sigma_j)(\sigma_k \sigma_l) + (\sigma_i \sigma_l)(\sigma_j \sigma_k) + \lambda_\alpha (\sigma_i \sigma_k)(\sigma_j \sigma_l)\} \quad (16)$$

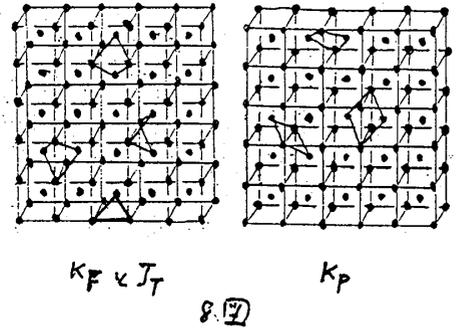
のように表される。 $\langle ij \rangle \equiv \sigma_i \cdot \sigma_j$  で、

$$\begin{aligned} J_1 &= J_{NN} - 6J_T + 3K_P + 3K_F, \\ J_2 &= J_{2N} - 4J_T + K_P + 2K_F, \\ J_3 &= J_{3N} + K_P/2 \end{aligned} \quad (17)$$

である。但し  $J_{NN}, J_{2N}, J_{3N}$  は最近接対間, 第二近接対間及び第三近接対間の交換積分を表し,  $J_T$  は3点間の交換積分,  $K_P, K_F$  は菱形を形成する4点間の交換積分である。 $K_P$  では4点が同一平面内であり,  $K_F$  ではそうでなく, 菱形が真中で折れ曲がっている。 $\lambda_P = \lambda_F = -1$  とするが, 理論的にはそうでない場合も考えらる。(8図参照)。これに於ける状態和は, uudd秩序に対してパラメータ  $\lambda$  を導入することによって



$$Z = T_r \left( e^{\sum_i \sum_j \sigma_i \sigma_j} e^{-\beta H} \right) = \sum_0 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} \langle H^n \rangle \quad (18)$$



$$\left. \begin{aligned} Z_0 &= 2^N (1 - q^2)^{-N/2} \quad (\varphi \equiv \tanh \xi) \\ q &= T_r \left( e^{\sum_i \sum_j \sigma_i \sigma_j} - 3 \sum_i \sigma_i \right) / Z_0 \end{aligned} \right\} (19)$$

よりの表で示す。以下 §1 と同様の手続きを繰り返すことにより自由エネルギー  $-F(\sigma, \eta)$ 、熱容量  $C$ 、磁化率  $\chi$  などを求める。

$$C = -\eta \frac{\partial^2 F}{\partial T^2} = N \frac{Q_0}{kT^2} \equiv \frac{Nk e_2}{4(kT)^2}, \quad \chi^{-1} = \frac{kT}{N\mu_B^2} \left( 1 - \frac{\Theta}{T} + \frac{B}{T^2} + \dots \right), \quad (20)$$

$$\left. \begin{aligned} e_2 &= 12J_1^2 + 9J_2^2 + \frac{63}{2} K_F^2, \quad \Theta = (4J_1 + 3J_2 + 6J_3)/k \\ B &= \{ 4J_1^2 + 3J_2^2 + 6J_3^2 - 18J_1(K_F + K_P) + 1.5J_2(2K_F + K_P) + 1.5J_3 K_P + 10.5K_P^2 - 2(K_F K_P) \} \end{aligned} \right\} (21)$$

スピン波の位相速度は  $x$  方向,  $z$  方向  $a$  を単位長に伝播する  $\omega$   $a$  に対して

$$c_{||}^2 = 4(2J_1 + J_2 + 4J_3 + 3K_P)(J_2 + 4J_3 - K_F - \frac{J_1^2}{K_F + 3K_P}), \quad c_{\perp}^2 = 4(2J_1 + J_2 + 4J_3 + 6K_P)(K_F - J_2) \quad (22)$$

( $c = c_{||}^{1/3} c_{\perp}^{2/3}$ )

に示すように示す。uudd 相の磁化率、標準的強磁性 (b, c, c, 格子の角を点か上向き, 体心点を下向き) について 1 次近似, 2 次近似で求めらる。強磁性相への転移温度を以下の表に示す。T<sub>u1</sub>: uudd の 1 次近似の結果, T<sub>u2</sub>: 同じく 2 次近似, T<sub>N1</sub>: 標準的強磁性の 1 次近似の結果, T<sub>N2</sub>: 同じく 2 次近似。T<sub>N2</sub> < T<sub>N1</sub> の標準的強磁性, T<sub>u2</sub> > T<sub>u1</sub> の注目をされる。この結果から見て, 平均場近似の転移温度を基にして, 種々の測り値と合せて, 交換積分の値を見積つて, 与えられた表は左のように思われる (A 表は引用文献に提案された交換積分値に基づくもの)。平均場近似で見積ら

J <sub>NN</sub>	J <sub>t</sub>	K <sub>p</sub>	K <sub>F</sub>	Θ	B	c	e <sub>2</sub>	T <sub>u2</sub>	T <sub>N2</sub>	T <sub>u1</sub>	T <sub>N1</sub>
0	-0.13	-0.305	0	-2.25	0.586	8.314	7.188	2.83	1.09	1.22	0.74
0	-0.165	-0.33	-0.15	-2.7	-2.577	8.410	7.067	2.80	1.96	1.09	0.89
0	-0.1565	-0.2471	-0.2471	-3.26	-1.721	5.703	7.781	2.44	1.5	0.81	1.07
0	-0.1328	-0.3007	-0.1503	-3.344	-3.473	6.268	7.746	2.60	1.13	0.93	1.11
-0.377	-0.155	-0.327	0	-1.84	1.191	8.316	6.339	2.55	0.9	1.15	1.6
-0.345	-0.136	-0.316	0	-2.172	0.730	7.755	6.344	2.45	0.65	1.05	1.6

A

J <sub>NN</sub>	J <sub>t</sub>	K <sub>p</sub>	K <sub>F</sub>	Θ	B	c	e <sub>2</sub>	T <sub>u2</sub>	T <sub>N2</sub>	T <sub>u1</sub>	T <sub>N1</sub>
-0.32	-0.1	-0.24	0	-2.00	0.510	5.208	4.627	1.9	<0.5	0.8	1.5
-0.3	-0.1	-0.24	0	-1.92	0.518	5.494	4.421	1.85	<0.5	0.8	1.4
-0.28	-0.1	-0.24	0	-1.84	0.549	5.681	4.224	1.85	<0.5	0.8	1.35
-0.28	-0.08	-0.2	0	-1.84	0.394	3.538	3.490	1.5	<0.4	0.6	1.2
-0.27	-0.08	-0.2	0	-1.80	0.318	3.744	3.395	1.5	<0.4	0.6	1.2
-0.27	-0.08	-0.16	0	-1.08	0.762	3.045	2.027	1.2	<0.4	0.5	1.0

B

J <sub>NN</sub>	J <sub>t</sub>	K <sub>p</sub>	K <sub>F</sub>	Θ	B	c	e <sub>2</sub>	T <sub>u2</sub>	T <sub>N2</sub>	T <sub>u1</sub>	T <sub>N1</sub>
-0.2	-0.1	-0.12	-0.12	-1.97	-1.072	1.930	2.443	1.06	0.16	0.26	0.16
-0.2	-0.1	-0.14	-0.06	-1.35	0.593	3.015	1.272	1.06	0.26	0.26	0.15
-0.2	-0.1	0.19	-0.08	-1.11	-1.022	2.738	1.653	1.06	0.16	0.26	0.15
-0.2	-0.15	-0.12	-0.12	-1.97	-1.072	1.930	2.443	1.1	<0.6	<0.6	0
-0.2	-0.15	-0.14	-0.1	-1.97	-1.511	1.892	2.436	1.2	<0.6	<0.6	0
-0.2	-0.45	-0.16	-0.01	-1.97	-1.302	2.124	2.381	1.3	<0.6	<0.6	0

C

J <sub>NN</sub>	J <sub>t</sub>	K <sub>p</sub>	K <sub>F</sub>	Θ	B	c	e <sub>2</sub>	T <sub>u2</sub>	T <sub>N2</sub>	T <sub>u1</sub>	T <sub>N1</sub>
-0.24	-0.07	-0.2	0	-2.04	0.160	3.336	3.444	1.5	<0.5	0.4	1.3
-0.24	-0.07	-0.16	0	-1.32	0.514	3.053	2.131	1.2	<0.5	0.5	1.1
-0.4	-0.14	-0.35	0	-2.86	0.357	8.004	8.711	2.6	<0.6	1.0	2.0
-0.4	-0.14	-0.33	0	-2.50	0.348	7.715	7.536	2.4	<0.6	1.0	1.8
-0.35	-0.10	-0.24	0	-2.12	0.410	4.196	4.676	1.8	<0.6	0.8	1.6
-0.10	-0.07	-0.18	0	-1.12	0.417	4.319	1.691	1.2	<0.6	0.6	0.6

D

また転移温度の値が真の値だと思ふ人は誰一人としてないだろう。

### §3 量子系の秩序の熱力学的考察

§1, §2 における取扱いの基礎について考察した。秩序パラメータ  $\sigma$  の温度  $T$  の関数として状態和  $Y(\sigma, T)$  を求めるための数学的手段として、母関数

$$X(z, T) = \sum_{\sigma} z^{N\sigma} Y(\sigma, T) \quad (23)$$

が有用である。これを求めようとしてみると、コーシーの積分公式に基づき

$$Y(\sigma, T) = \frac{1}{2\pi i} \oint \frac{X(z, T)}{z^{N\sigma+1}} dz = \frac{1}{2\pi i} \int_{\zeta-i\infty}^{\zeta+i\infty} X(e^{\zeta}, T) e^{-N\sigma\zeta} d\zeta \approx X(e^{\zeta}, T) e^{-N\sigma\zeta} \quad (24)$$

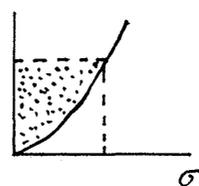
が、鞍点法評価の結果として導かれる ( $z \equiv e^{\zeta}$ ,  $\zeta = \zeta + i\eta$ )。  $\zeta$  は鞍点として、

$$\sigma = \frac{1}{N} \frac{\partial}{\partial \zeta} \ln X(e^{\zeta}, T) \quad (25)$$

から決定される。(24), (25) を用いて、ヘルムホルツ自由エネルギーとして

$$F(\sigma, T) = -kT \ln Y(\sigma, T) = F_0(T) + NkT \int_0^{\sigma} \zeta(\sigma, T) d\sigma \quad (26)$$

が導かれる。その理由は以下通り：(25)式から  $\ln X(e^{\zeta}, T) = \ln X(1, T) + N \int_0^{\sigma} \sigma d\zeta$  が導かれるが、9図で、破線と縦軸、横軸で囲まれた矩形の面積が  $\zeta\sigma$  に等しいことから  $\zeta\sigma = \int_0^{\zeta} \sigma d\zeta + \int_0^{\sigma} \zeta d\sigma$  が成立するからである。又



$$F_0(T) = -kT \ln X(1, T) \quad (27)$$

(24)式が明らかである。以上の考察に基づいて、(25)式に用いられるべき  $X$  は (23)式により与えられるべきであり、従って (23)式により

$$Z(\zeta, T) = X(e^{\zeta}, T) = \sum_{\sigma} e^{N\zeta\sigma} Y(\sigma, T) = \sum_{\sigma} e^{N\zeta\sigma} T_r e^{-\beta H} = T_r e^{\sum_i \zeta \sigma_i} e^{-\beta H} \quad (30)$$

となる。(30)式は、 $\sum_i \sigma_i$  と  $H$  とが可換だと  $T_r e^{\sum_i \zeta \sigma_i} e^{-\beta H}$  に等しいが、これも場合によって等しくなる。そのように、熱力学を量子系に適用する際には、古典熱力学では現れない問題が生ずる。このために研究会にお招き頂いた上、懇親会を囲んで楽しい一夜を送らせて下さった皆様への厚情は永く忘れられぬものと存じます。厚く感謝いたします。

- 1) M. Hattori and H. Nakano, Prog. Theor. Phys. 投稿予定.
- 2) K. Binder, Z. Phys. B - Condensed Matter 48 (1982) 319
- 3) M. Hattori, K. Adachi and H. Nakano, J. Phys. Soc. Japan 26 (1969) 642; 35 (1973) 1025.
- 4) M. Roger, J. H. Hetherington and J. M. Delrieu, Rev. Mod. Phys. 55 (1983) 1.
- 5) K. Iwakoshi, Y. Miwa and Y. Masuda, J. Phys. Soc. Japan 53 (1984) 3088.
- 6) H. L. Stipdonk and J. H. Hetherington, Phys. Rev. B 31 (1985) 4684.
- 7) H. Nakano and Hattori, Prog. Theor. Phys. 49 (1969) 642; S. Homma and H. Nakano, ibid. 54 (1975) 19; M. Uehara, S. Homma and H. Nakano, ibid. 61 (1979); H. Nakano and H. Kimura, J. Phys. Soc. Japan 53 (1984) 975.