

いても構わない。境界条件も正方形の周囲である必要はない。更には、どの程度広い範囲の形の偏微分方程式の高速解法として有効であるか、時間発展の場合は明らかに不利益があるのでどのように改良できるか、 $c^{k+1}/c^k = 1/4$ という滑らかさの条件を外したらどうなるかなどを今後検討してゆくつもりである。

参 考 文 献

A. Brandt; AIAA Jour. 18 (1980) 1165.

M. Hata and M. Yamaguti; Japan J. Appl. Math. 1 (1984) 183.

H. Takayasu; in *Fractals in Physics*, ed. by L. Pietronero and E. Tosatti, Elsevier (1986) 181.

寺本, 広田, 武者, 山口, 無限・カオス・ゆらぎ. 培風館(1985)。

6. 自己組織神経場の理論

東大・工 甘 利 俊 一

脳は神経場を用いて並列の情報処理を行っている。すなわち、神経場における興奮パターンのダイナミクスを通じて情報を処理する。一方、こうした情報処理のプログラムは、神経結合の強度を変更する自己組織によって行なうことになる。ここでは、外界の信号を受容しながら、その情報構造を神経場の内部に自動的に表現する自己組織神経場の動作を、簡単なモデルを用いて数理的に解析する。

神経場 F を考え、場の内部に位置座標 ξ をとる。 $u(\xi, t)$ を場所 ξ にある神経細胞の時間 t における平均膜電位とする。場の内部での神経間の相互結合は、場所 ξ にある神経の出力信号が場所 ξ' にある神経に入力するときの結合強度 $w(\xi, \xi')$ で表わされるものとする。

w は相互抑制形の一様等方性を持つもの、すなわち $w(\xi, \xi') = w(|\xi - \xi'|)$ で、 $w(|\xi|)$ は ξ が小さいところで正、大きいところでは負と仮定する。場所 ξ にある神経に外部から入る入力刺激の荷重和を $S(\xi)$ とすれば、場の興奮力学の方程式は

$$\tau \frac{\partial u(\xi, t)}{\partial t} = -u(\xi, t) + w * f(u) + S(\xi) \quad (1)$$

のように書ける。ここで $z(\xi, t) = f[u(\xi, t)]$ は平均膜電位が u のときの神経の出力パルスの強度(頻度)で f は非線形の単調増加関数、

$$w * f(u) = \int w(\xi - \xi') f[u(\xi', t)] d\xi'$$

である。

神経場に対する入力信号は $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ のベクトルで、場 F の場所 ξ にある神経はこれをシナプス荷重 $\mathbf{s}(\xi)$ で受取るものとしよう。また、場には強さ x_0 の抑制性の信号が入り、場所 ξ にある信号はこれをシナプス荷重 $-s_0(\xi)$ で受取るものとする。このとき、神経細胞の受取る入力刺激の荷重和は

$$S(\xi; \mathbf{x}) = \mathbf{s}(\xi) \cdot \mathbf{x} - s_0(\xi) x_0$$

である。こうして、入力として \mathbf{x} が到来したとき、場にどのような興奮パターンが生ずるかわかる。とくに平衡状態における興奮パターンは積分方程式

$$U(\xi; \mathbf{x}) = w * f[U] + S(\xi; \mathbf{x})$$

の解である。 $U(\xi; \mathbf{x})$ は入力信号 \mathbf{x} の場 F における表現パターンといえる。

上記の方程式の解は、場の結合 w および $\mathbf{s}(\xi)$, $s_0(\xi)$ に依存している。いま、相互抑制結合 w は固定したものとし、入力信号に対するシナプス荷重 $\mathbf{s}(\xi)$, $s_0(\xi)$ が学習により自己組織的に変化するものとしよう。 τ の変化の法則を

$$\tau' \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial t} = -\mathbf{s} + c f[u(\xi, t)] \mathbf{x}, \quad (2)$$

$$\tau' \frac{\partial s_0}{\partial t} = -s_0 + c' f[u(\xi, t)] x_0 \quad (3)$$

とする。ここに、 c, c' は定数、 τ' は τ に比べれば十分に大きい時定数であるとする。入力信号 \mathbf{x} は、外界の情報構造を反映して、確率分布 $p(\mathbf{x})$ に従って発生し、一定時間入力が続いてまた次の入力信号に変わるものとする。このとき、上記の方程式の代わりにたとえば第(2)式の右側の項を、 $\langle \rangle$ を \mathbf{x} の $p(\mathbf{x})$ による平均として、

$$\langle f[U(\xi; \mathbf{x})] \mathbf{x} \rangle$$

で置きかえることが許される。

シナプス荷重 $\mathbf{s}(\xi)$, $s_0(\xi)$ が変化すれば、それにつれて信号 \mathbf{x} の神経場 F における表現 $U(\xi; \mathbf{x})$ が変化する。上記の方程式より、直接に場の量 $U(\xi; \mathbf{x})$, $S(\xi; \mathbf{x})$ が時間と共に

に自己組織によりどう変化するかを記述する方程式が得られる。そのために、信号の相関関数を

$$k(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = c \mathbf{x} \cdot \mathbf{x}' - c_0 x_0^2$$

で定義し、

$$k \circ f(u) = \int k(\mathbf{x}, \mathbf{x}') f[u(\xi; \mathbf{x}')] p(\mathbf{x}') d\mathbf{x}'$$

とする。時定数の違い $\tau \ll \tau'$ を考慮すると、場の自己組織の方程式は

$$\tau' \frac{\partial S(\xi; \mathbf{x})}{\partial t} = -S + k \circ f[U], \quad (4)$$

$$U(\xi; \mathbf{x}) = S(\xi; \mathbf{x}) + w * f[U] \quad (5)$$

のようになる。ここで $w *$ は場 F のトポロジー構造を相互抑制結合を通じて表現する項で、 k_0 は信号空間の情報構造を信号の相関と $p(\mathbf{x})$ を通じて表現する。上記方程式の最終の平衡状態 $\bar{U}(\xi; \mathbf{x})$ は

$$\bar{U} = k \circ f[\bar{U}] + w * f[\bar{U}] \quad (6)$$

を満たす。

さて、いくつかの場合に上記の方程式を具体的に解析し、その性質を調べることができる。たとえば、入力信号 \mathbf{x} として $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_k$ の k 個の信号のみが与えられたときには、それぞれの信号に対する表現細胞が場 F の中に別々に形成される。このときの分解能を具体的に求めることができる。また、信号 \mathbf{x} が実は他の神経場 G からの局所的信号であった場合には、二つの神経場 G と F との間の投射の具合が自己組織によって決まることになる。 G も F も 1 次元で一樣構造とすれば、 G と F とをつなぐ自然の対応関係が平衡状態の解として得られる。しかし、この平衡状態の安定性を議論すると、ある条件のもとで自然の連続的対応をとる解が不安定になることがわかる。このとき、安定な解として場を小さなブロックに分割し、ブロック毎に対応をつけるものが現われる。これは神経場において、コラム構造のような離散ブロック構造を安定に保持する機構として興味深い。

参考文献

- 1) 甘利俊一, 神経回路網の数理, 産業図書, 1978.
- 2) S. Amari, Field theory of self-organizing neural nets, IEEE Trans. on Systems, Man & Cybernetics, vol. SMC-13, pp. 741-748 (1983)

7. 無限レンジ神経ネットワークの動的性質

京大・基研 篠本 滋

神経細胞より成る体系は, 構成しだいで, 例えば脳にみられるような高度な情報処理を行うことができると考えられている。構成要素である神経細胞の動作原理は比較的単純であり, いわゆるしきい素子と呼ばれる数学モデル(いくつかのものが考えられる)でよく表現されることが知られている。他方コンピューターは論理素子と記憶素子を組合わせて目的を実行する為の精密な設計が行なわれて作られたものである。脳にみられる神経細胞はひとつで 10^3 のオーダーのシナプス結合を持っており, この点がコンピューターなどと本質的に異なる重要な性質であろう。そのことによって回路は非常に複雑になるが, 逆にその結合の多さの故に生じる単純さがあるという期待もいだかせる。

本研究では上記しきい素子をランダムに結合した体系を考えてそのダイナミクスの特性をしらべる。しきい素子のモデルとしては McCulloch-Pitts モデルを考える。素子数を N 個, i 番目の素子の状態を s_i とする。 s_i は $+1$ (発火状態) と -1 (休止状態) の2つの状態をとり得る。 j 番目の細胞はシナプス結合を通じて $K_{ij}(s_j + 1)$ の信号を i 番目に伝える。 i 番目の素子はすべての信号の和と自らの臨界値を比較して次の時間の状態を決定する, 即ち

$$s_i \rightarrow \operatorname{sgn} \left(\sum_{j(\neq i)} K_{ij} s_j - L_i \right) \quad (1)$$

ここで L_i は自らの臨界値から $\sum_{j(\neq i)} K_{ij}$ を差し引いたものである。我々の扱うモデルは L_i を一定 ($= \bar{L}$), K_{ij} を, 平均 \bar{K} 分散 $(\Delta K)^2$ の独立な Gauss 分布としたものである。

(1)を実行するアルゴリズムとして(i)すべての素子の状態の変化を同時に進行させる (synchronous processing), 又は(ii)ひとつひとつの状態を順々に変更してゆく (cyclic processing) の2通りについて調べた。

甘利(1972)は上記と同様の体系について activity level $z(t) = N^{-1} \sum_i s_j(t)$ のダイナ