$<\chi_{st}$を示している。このことからも，図1の境界線は$\varDelta$の大きい所で下方に修正されるべきことが分かる。

以上まとめると，(i) infinite rangeのSKモデルは，$\varDelta^2$の次数迄static近似で正しく扱えること，(ii) $\varDelta$が大きいとRef. 2の予想に反して，低温迄スピングラス凍結は生じないこと，(iii) $\varDelta^4$以上の次数ではstatic近似の扱いは，SKモデルでも近似となりスピングラス凍結は揺らぎにより，更に困難となることが結論できる。χのJでの摂動展開を高次迄進めることで，static近似の結果を改善できるのではないかと考え，現在計算を進めている。

References

1) D. Sherrington and S. Kirkpatrick, Phys. Rev. Lett. **35** (1975) 1792.
2) H. Ishii and T. Yamamoto, J. Phys. **C18** (1985) 6225.
3) H. Ishii and T. Yamamoto, Proceedings of the Taniguchi Symposium on Quantum Monte Carlo Methods in Equilibrium and Non-Equilibrium Systems, ed. M. Suzuki (Springer Verlag, 1987).
4) A. J. Bray and M. A. Moore, J. Phys. **C13** (1980) L655.
5) Ya. V. Fedorov and E. F. Shender, Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **43** (1986) 526 [Sov. Phys. JETP Lett. **43** (1986) 681]
6) K. D. Usadel, Solid State Commun. **58** (1986) 629.

McCoy-Wu型ランダムイジング模型

日歯大・新潟歯　松 元 和 幸

神奈川大・工　阿久津 泰 弘

スピングラスなどのランダム系を研究する際には，たとえ特別な場合であっても厳密に解けるモデルを考察することには意味がある。なぜならば近似にたよっていてはランダム系の特質を容易に見失ってしまう場合があるからである。ここでは解ける二次元のランダムイジングモデルではもっとも一般的な場合であろうと思われる，拡張されたMcCoy-Wu型ランダムイジングモデルの厳密解を求め，物理量を数値的に評価する。

ここで考える拡張されたMcCoy-Wu型ランダムイジングモデルは次のハミルトニアンで与

えられる，

$$H=-\sum_{i,j} J^{\mathrm{V}}(j)\,\sigma_{i,j}\cdot\sigma_{i,j+1}-\sum_{i,j} J^{\mathrm{H}}(j)\,\sigma_{i,j}\cdot\sigma_{i+1,j}, \tag{1}$$

このシステムの自由エネルギーはMcCoyの方法を拡張することによって得ることができる，

$$F=\lim_{M\to\infty}\left(-\frac{1}{\beta}\right)\frac{1}{M}\sum_{j}^{M}\ln\{2\cosh\beta J^{\mathrm{V}}(j)\}+\lim_{M\to\infty}\left(-\frac{1}{\beta}\right)\frac{1}{M}\sum_{j}^{M}\ln\{\cosh\beta J^{\mathrm{H}}(j)\}$$

$$+\lim_{M\to\infty}\left(-\frac{1}{\beta}\right)\frac{1}{4\pi M}\sum_{j}^{M-1}\int_{-\pi}^{\pi}d\theta\ln(1+w_j^{2}+2w_j\cos\theta)+F_{\mathrm{sing}}$$

$$F_{\mathrm{sing}}=\lim_{M\to\infty}\left(-\frac{1}{\beta}\right)\frac{1}{4\pi M}\sum_{j}^{M-1}\int_{-\pi}^{\pi}d\theta\ln(a_j^{2}+b_j^{2}+a_j\lambda_j y_j),$$

$$w_j=\tanh(\beta J^{\mathrm{H}}(j)),$$

$$\lambda_j=\tanh^2(\beta J^{\mathrm{V}}(j)),$$

$$a_j(\theta)=-2w_j\sin\theta\,|1+w_j e^{i\theta}|^{-2},$$

$$b_j(\theta)=(1-w_j^{2})\,|1+w_j e^{i\theta}|^{-2}, \tag{2}$$

ここで $\{y_i\}$ はランダム変数であって次の漸化式よって生成される。

$$y_{j+1}=F[\,y_j\,|\,J^{\mathrm{V}}(j),\ J^{\mathrm{H}}(j)],$$

$$F[\,x\,|\,J^{\mathrm{V}}(j),\ J^{\mathrm{H}}(j)]=\frac{a_j+\lambda_j x}{a_j^{2}+b_j^{2}+a_j\lambda_j x} \tag{3}$$

さらに $\{y_i\}$ の積分分布関数を次のように定義する。ただし≪　≫はランダム平均を意味する。

$$N(y)=\int_{-\infty}^{y}\nu(y')\,dy'$$

$$\lim_{j\to\infty}\nu_j(y)=\nu(y).$$

$$\nu_j(y)=\ll\delta(y-y_j)\gg, \tag{4}$$

比熱は自由エネルギー(2)を温度について二度微分する事によって得られるし，境界磁化は境界磁場 H について微分すれば求めることができる。こうして，求めるべき物理量はランダム変

数を含む積分によって与えられることになる訳であるが，残念な事にこれらの積分を解析的に扱えるのは特別な場合（ sharply peaked distribution ）に限られている。そこで我々は次の点に注目した。積分を評価するために積分区間をディスクリタイズするということは有限系の厳密解を求めることと同じである。すなわち，実際にランダムな相互作用を任意の分布（この研究では強磁性的バイナリー分布，および強磁性的ガウス分布）に従って生成し，(3)を用いて積分を評価することによって，生成されたランダムな相互作用のシークエンスによって定まるシステムについての物理量を計算することが出来るのである。そして，システムの大きさを漸次増やしていって無限系に対する知見を得ようと言うわけである。

得られた成果を以下に列挙する。

1）相転移点の定義はランダム系の場合あまり自明とは言えない。このモデルについてはMc-Coyの定義があるけれども，その物理的意味は明らかであるとはいいがたい。我々はMcCoyの転移点が比熱のピークに一致することを見いだした。

2）一般のランダムイジングモデルの比熱の振舞いは，いまだ確定的ではない。発散するとする説もあるが，このシステムについては比熱は発散せず収束してしまうことが明らかとなった。しかし，その転移の性質は全く不明であり今後に残された問題である。予断は許されないのではあるが，転移温度が真性特異点であることは十分に予想される。

3）系に特徴的なランダム変数の積分分布(4)は悪魔の階段構造を有する。更に，この構造は転移点をも含むある温度領域で壊れてしまい連続分布となるわけだが，この境界を厳密に決定した。

4）既に述べたように，このモデルでは境界磁化を求めることもできる。境界磁化はそれぞれのサンプルによってちがった値をとる量だから（自己平均化量ではない），複数個のサンプルについての平均をとらねばならない。その結果，境界磁化は転移点より直線的に立ち上がることが判明した。すなわち，$\beta_{\mathrm{boundary}}=1$である。たとえフラストレーションを含んでいるとしてもランダムネスのない規則系では$\beta_{\mathrm{boundary}}=1/2$であることが知られているので，この結果はランダムネスが転移の性質を変えてしまうことを実際に示した事になる。

5）境界磁化の被積分部分がやはり悪魔の階段構造を持つことが示された。さらには，具体的に積分を実行することによって得られる境界磁化そのものも多数のサンプルについての積分分布をとることにより悪魔の階段構造を持つことが数値的に確かめられている。

6）今までの結果はすべてランダムネスがバイナリータイプの場合についてであった。悪魔の階段構造が見いだされたのはバイナリータイプの特質であって，一般の分布の場合にこの構造が生ずるとは思われない。この点に注目すると，分布がバイナリーでなくなった時，相転移の

性質がバイナリーの時と同じであり続けるということが自明であるとは言いにくい。では，実際どうなっているのか興味あるところである。強磁性的ガウス分布の場合について境界磁化を求めてみたところバイナリータイプの時と同じでやはり直線的に立ち上がることが確認された。この結果は転移の性質が分布に対してユニバーサルであることを強く示唆する。もう一度繰り返すがこの結論はすくなくとも２Ｄでは自明であるとは言いきれない。このユニバサリティーに対してどのような理由付けができるであろうか。我々は現在，次のように考えている。ランダム変数の積分分布関数がもつ悪魔の階段構造は転移点付近では壊れてしまう，とくに特異性の出てくる $\theta=0$ においてはその分布は適当な変数に対してガウス分布になっていると予想される。このようなことが一般の分布に対しても成立していて，ガウス分布がある種の固定点（くりこみ群のアナロジーをランダム系に持ち込むことには若干の抵抗があるが）の役割を果していると考えるのである。こうしてみると３）で結論されたように転移点が常にランダム変数の悪魔の階段構造が壊れた領域に含まれていることは重要である。

特別な場合（sharply peaked distribution）を超えて一般的な分布にたいして $\beta_{\mathrm{boundary}}\neq 1/2$ が示された事は大変意義深い。さらに，たとえ観測される物理量に直接的に反映することは少ないにしても（境界磁化分布の悪魔の階段構造は観測可能かもしれない），ここで見たようにランダム系の背後には悪魔の階段構造のような複雑な構造が隠されていることは教訓的である。スピングラスの問題は肯定的に解決したとする安易な結論が近ごろ横行しているが（３Ｄ±Ｊモデルは SG転移することになってしまった，ついこの前までは…，そのうち高温展開でなされたようにくりこみ群でも肯定的な結論がでるように計算が工夫されることであろう），このような複雑なシステムに対する理解は次世紀の物理にまかされるのが本当の所ではあるまいか。固体物理学の大家曰く，“It is probably best not to make any categorical or dogmatic statements, especially in view of the further complications caused by fluctuation effects at phase transitions, …”

なお本研究においては東京大学の伊庭幸人氏との議論が大変有益であったことを付記する。