# 4．スピングラスのクラスター・パーコレーションモデル

東工大・理　上　野　陽太郎

動的磁化率を始め，その他の性質からクラスターの存在ははっきりしていながら,[1] クラスターモデルによってスピングラス（SG）転移を記述することにはまだ成功していない。それはクラスターとクラスター間の相互作用を取り入れるのが難しいからである。しかし，これをパーコレーションの問題として扱うと簡単であるばかりか，SG転移が熱揺らぎによる転移ではなく，本質的にパーコレーション転移であることが分かる。この考えによって，臨界現象と動的磁化率について得た結果を報告する。Isingスピン系に限定する。

i）クラスターとは？[2]　1コのクラスター内での相関は，$T > T_{\mathrm{f}}$ のとき

$$<\sigma_i \sigma_j> \sim O(1) \text{ で，距離と } T \text{ に殆ど依存しない。} \tag{1}$$

これは通常の系の相関とは全く異なる。クラスター内では，ミクトマグネットの場合ほどではないが，フラストレーションや競合が少ない。

ii）何がパーコレーションか？　$T \gg T_{\mathrm{f}}$ で現れるクラスターは殆ど孤立している。簡単のために，これらは全て同じサイズであると仮定し，単位クラスターと呼ぼう。$T_{\mathrm{f}}$に近づくに従いそれらは増加し，接すれば結合し連合したクラスターを作る。$T = T_{\mathrm{f}}$ では無限大のクラスターとなる。従って単位クラスターの濃度 $p$ と温度の間には，

$$|\, p_{\mathrm{c}} - p \,| \propto |\, T - T_{\mathrm{f}} \,|^{x} \tag{2}$$

の関係があるだろう。クラスター間にはフラストレーションがなお残っていると考えられるので，結合の妨げが起きる。高温展開によれば,[3] $d \gg 6$ ではループによる寄与は無視できる。これは直接にはフラストレーションの効果は効かないことを意味し，$x = 1$ と考えられる。他方，$d < 6$ では結合に寄与する単位クラスターの数が実際の数より減少するので，$x > 1$ となる。

iii）スピングラスとパーコレーション転移の関係は？　$n_s(p)$ を $s$ コの単位クラスターからなる連合クラスターの（サイト当りの）確率とすれば，パーコレーションの理論[4]でよく知られているように，$\sum n_s$ がギブスポテンシャルの役割を果たす。典型的クラスターサイズは，$\xi_p \sim |\Delta p|^{-\nu_{\mathrm{P}}}$。クラスターが式(1)の性質を持つので，SGとパーコレーションの各量は，互いに比例する。例えば，

$$\chi_{\mathrm{q}} = \frac{1}{N}\sum_{i,j} < \sigma_i \sigma_j >^2 \sim \sum_s s^2 n_s(p) \sim |\varDelta p|^{-\gamma_{\mathrm{p}}} \sim |\varDelta T|^{-x\gamma} \tag{3}$$

従って，SGの臨界指数とパーコレーションのそれらの間には，

$$\nu = x\nu_{\mathrm{p}},\ 2-\alpha = x(2-\alpha_{\mathrm{p}}),\ \beta = x\beta_{\mathrm{p}},\ \gamma = x\gamma_{\mathrm{p}},\ \delta = \delta_{\mathrm{p}},\ \eta = \eta_{\mathrm{p}} \tag{4}$$

$\delta$ と $\eta$ は $x$ に無関係でパーコレーションの指数と一致する。これを鈴木の weak universality[5] で考えると，即ち，臨界指数を定義し直して $\widetilde{\Gamma} = \Gamma/\nu$，$\widetilde{\Gamma}_{\mathrm{p}} = \Gamma_{\mathrm{p}}/\nu_{\mathrm{p}}$ ( $\Gamma = 2-\alpha$，$\beta$，$\gamma$，・・・) で考えると，$\widetilde{\Gamma} = \widetilde{\Gamma}_{\mathrm{p}}$ となる。これは，スピングラスとパーコレーションの転移は同じ weak universality クラスに属する，即ち，本質的にスピングラスがパーコレーション転移であることを示す。

iv) ほんとにスピングラスはパーコレーション転移か？　既に計算されたパーコレーションの臨界指数を使い，$d=3$ では，現在信頼性が最も高いと考えられる Omari らの実験結果[6]と比較して，$x$ とSGの指数を決める。

| | $\alpha$ | $\beta$ | $\gamma$ | $\nu$ | $\delta$ | $\eta$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| CuMn，1.0% | $-2.75 \pm .5$ | $0.75 \pm .25$ | $3.25 \pm .05$ | $1.6 \pm .2$ | $5.7 \pm .5$ | $-.1 \pm .2$ |
| $d=3$，$x=1.9$ | $-2.79$ | 0.78 | 3.15 | 1.57 | 5.05 | $-0.01$ |
| $d=6$，$x=1$ | $-1$ | 1 | 1 | 0.5 | 2 | 0 |

$d \gg 6$ では $x=1$ のとき，理論値[7]と完全に一致する。$d=3$ では $x=$ 約1.9のとき，Omari らの実験に合う。他方，モンテカルロの結果と合わすには $x=$ 約1.5位。他の実験では，$\beta$ と $\gamma$ のバラツキは大きいが，$\delta$ は AuFe の一つの実験を除いて $5.0 \pm 1$ の範囲にある。従って，$\delta$ の精密な計算と測定が望まれる。さらに，$x$ によってスピングラスの分類の可能性もある。

v) 動的磁化率はどうなるか？　$\chi(\omega)$ は可逆的だから線形応答の式を使う。$s$ コの単位クラスターからなる連合クラスターの緩和関数は一般的に拡張型指数関数 $\phi(t) \propto s\exp(-(t/\tau)^q)$ $(1>q>0)$ を考えると

$$\begin{aligned}\chi'(\omega) - \chi_0 &\propto \int_0^\infty \mathrm{d}s\, n_s(p)\, s\ \ \phi''(\omega\tau)\,\omega\tau \\ \chi''(\omega) &\propto \int_0^\infty \mathrm{d}s\, n_s(p)\, s\ \ \phi'(\omega\tau)\,\omega\tau\end{aligned} \tag{5}$$

$\phi = \phi' + i\phi''$ は $\phi(t)$ の Laplace-Fourier 変換で，緩和時間を $\tau \propto \exp(As^y)$ $(1>y>0)$ とすれば，$\phi(\omega\tau)\omega\tau$ は $s$ の変化に対し $\omega\tau = 1$ を満たす $s = s_\omega$ の所で激しく変化する。$n_s(p)s$ はゆっくり変化するので $\phi(\omega\tau)\omega\tau$ の実部は階段関数 $\theta(s - s_\omega)$，虚部は $\delta$ 関数 $c\delta(n - n_\omega)$

($c$ = const) とおくことが出来る。$y > 0$, $q > 0$ であれば，これは常に成り立つので，結局

$$(\partial/\partial \ln\omega)\ \chi'(\omega) \propto \chi''(\omega) \tag{6}$$

を得る。これは実験的にも確認されている関係である。[8] 通常の熱揺らぎの緩和を仮定すれば，上式を無理なく導くことは出来ない。

まとめると，臨界指数が $d_{uc} = 6$ で偶然にも一致することは有り得ないし，また式(6)の関係が幅広く成り立つこと等から，SGがパーコレーション転移であることは正しそうにみえる。今後，その確認のための研究が望まれる。


1) J. A. Mydosh : Heidelberg Collquim on Spin Glasses, Lecture Notes in Physics **192** (1983), p. 38.
2) Y. Ueno : J. Phys. Soc. Jpn. **52** (1983) Suppl. p. 121.
3) F. Fish and A. B. Harris : Phys. Rev. Lett. **38** (1977) 785.
4) D. Stauffer : Phys. Rep. **54** (1979) 1.
5) M. Suzuki : Prog. Theor. Phys. **51** (1974) 1992.
6) R. Omari et al : J. de Phys. **44** (1983) 1069.
7) A. B. Harris et al : Phys. Rev. Lett. **36** (1976) 415.
8) L. Lundgren et al : J. Mag. Magn. Mat. **25** (1981) 33.


## 5. ゲージ変換の方法とリエントラント転移

東工大・理　西　森　秀　稔

### 1, 2次元及び3次元の理論

スピングラスの平均場理論が一応の完成を見た現在，[1] 実験的に観測されている現象と理論的考察のより信頼性の高い比較をするべく有限次元のモデルへの関心が高まっている。

ボンドの分布関数が対称的である場合 $P(J_{ij}) = P(-J_{ij})$ について以下のような理解がこれまでに得られている。

2次元空間におけるイジングSGについては，数値的な転送行列の方法で有限の転移温度が存在しないことが示され，[2] 絶対零度が臨界温度であると考えられている。そこでの臨界指数に