$\widetilde{P}^{\alpha}_{N-1}(n_i, \{n_j\} \mid n_i - \alpha \cdot 1, \{n_j\}) = m^{(\mathrm{cr})}(\widetilde{L}_i(\sigma_1))$, $(\alpha = +)$, $0\ (\alpha = -)$ である。初期条件(17)と，(15)式を代入した $\widetilde{P}_{N-1}{}^{\alpha}$ を，(16)に逐次代入して行くと

$$W^{(S)}(n_1, n_2, \cdots, n_K : N) = \frac{N!}{\prod_i n_i!} \prod_i \left(\frac{\widetilde{L}_i^{-D}(\sigma)}{\widetilde{L}(D)} \right)^{n_i} \tag{18}$$

$$\left(\widetilde{L}(D) \equiv \textstyle\sum_i \widetilde{L}_i^{-D} \right)$$

となる。$\sum n_i = N$, $\sum n_i \widetilde{L}_i(\sigma) = L_{\mathrm{c}}$ (1°では L_{c} はクラックの鎖の長さ，2°では分布したクラックの総和の長さ）一定のもとで，(18)で定義したエントロピーを最大にする n_i は

$$n_i = \frac{\widetilde{L}_i(\sigma)^{-D}}{\widetilde{L}(D)} \mathrm{e}^{\gamma} \mathrm{e}^{-\beta \widetilde{L}_i(\sigma)} \tag{19}$$

$$\left(e^{\gamma} = N \Big/ \sum_i \left(\widetilde{L}_i(\sigma)^{-D} \mathrm{e}^{-\beta \widetilde{L}_i(\sigma)} / \widetilde{L}(D) \right) \right)$$

図3は $\log n_i = Y$, $\log \widetilde{L}_i(\sigma) = X$ として，(19)をプロットしたものである。(16)式は連続体近似によって，K 次元の Fokker-Planck（FP）方程式になる。この解を経路積分で表わすと，m. c. の成長段階（Ⅰ→Ⅱ）を経過した後のⅢ（1°）の軌跡は，もっと詳細に調べることが出来る。

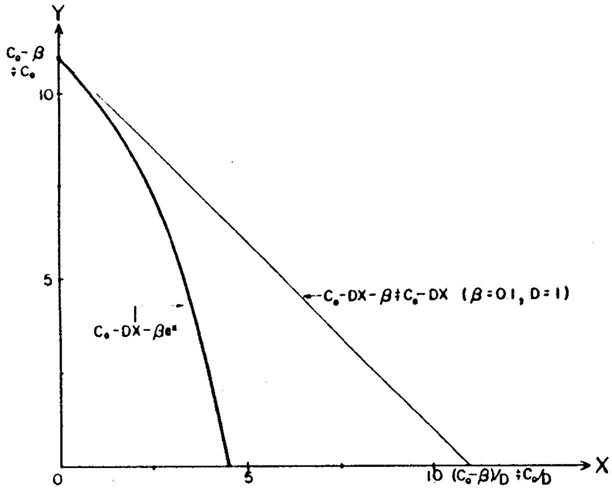

図　3

文　献

1) K. Mogi, Bull. Earthq. Res. Inst. **40** (1962) 831.

2) S. Niiseki, M. Satake and T. Kashiwabara, Progress of Acoustic Emission II, The Japan Society for Non-Destructive Inspection (M. Onoe, K. Yamaguchi and H. Takahashi eds.) (1984), 578.

3) 原　啓明，藤田重次，物性研究　42−1 (1984)，19

4) 岡山誠司，一橋大学研究年報，自然科学 25 (1986) 6 月号，3

有限寿命を考慮した成長模型

中部大・工　　宮 島 佐 介

1. 要　約

癌細胞の成長をモデル化したイーデン模型や，その諸々の拡張，改良模型が，いろいろな面から解析されてはいるものの，生命現象特有の寿命という大切な要因が全く考慮されていない。この報告では，各エレメントの成長能力が有限期間に限られるとき，そのパターンが大きく変化すること，寿命に分布を導入した模型は，サイト・ボンドパーコレーションの問題と酷似していることなどについて述べる。

2. 模　型

2次元的な癌細胞の成長をsimulateするイーデン模型を概説しよう。簡単のため，正方格子を考えその原点に種の細胞を置く。この種細胞は原点の4つの隣接格子点(Growth site or G-siteと呼ぶ)の内の1つに(ランダムに選んで)子供をつくる。次の世代は今の2つを親細胞とみなし，それらの6つの隣接格子点(G-site)の内の1つに子供をつくる。以下，この手順で細胞成長を続ける。時間は細胞が1つ増加したとき1 unit増加させる。

ここで成長には有限寿命があるということを，G-siteがτ単位時間のみ次の世代の細胞を受容出来ると表現することにした。その後では，G-siteはその資格を失うが，その格子点の隣接格子点に別の細胞が産れると，再びG-siteとなることは許した。この部分のvariationはいろいろ考えられるが，まだ検討していない。以上イーデン模型を原型に説明してきたが，伝染病の伝染，森林樹木の火災の問題などのモデルでも同様の拡張がされている。

3. 結　果

成長パターンの構造解析には，マンデルブロートが導入したフラクタル次元の概念が用いられる。成長する細胞の作るパターンのフラクタル次元d_f，およびG-siteのフラクタル次元d_gが計算される。前者は，構造の(静的な)指標であり，後者は成長パターンの動的な指標である。

第1図には，種々のτ，pに対して得られたパターンが示されている。(矢印で示される位置に種細胞がある)，ここでpは正方格子の内$1-p$の部分の格子点がランダムに抜かれている。つまり，森林樹木や伝染病の媒体の如く，一様でないことを表わしている。$p<p_c=0.5927$…のときには，有限のクラスターしか成長しない。第2図および第3図には，$p=p_c$の場合，いろんなτに対してクラスターのend-to-end distanceおよびG-siteの数を時間に対してプロットしてある。これより，d_fおよびd_gが求まる。成長の様子のはじめは$d_f=91/48$，$d_g=3/4$であり，percolation格子上の成長であるが時間と共に有限寿命の効果が出てきて，

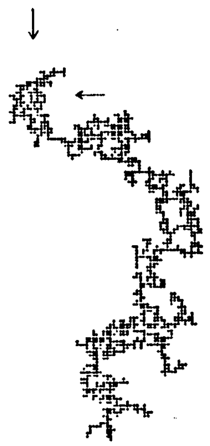

Fig. 1a.

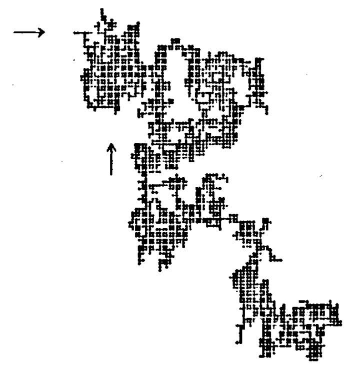

Fig. 1b.

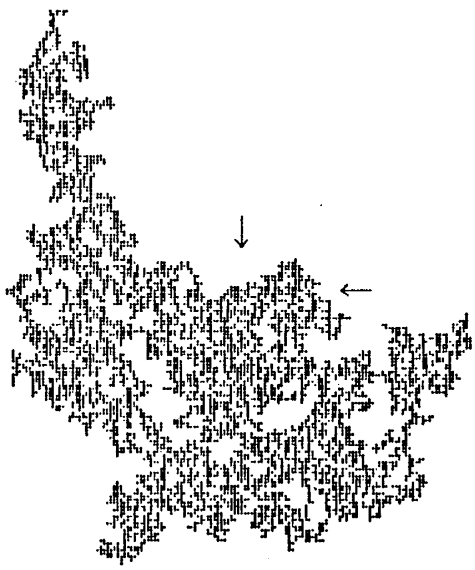

Fig. 1c.

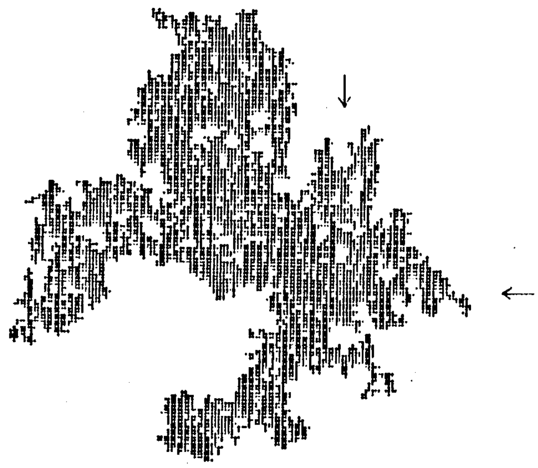

Fig. 1d.

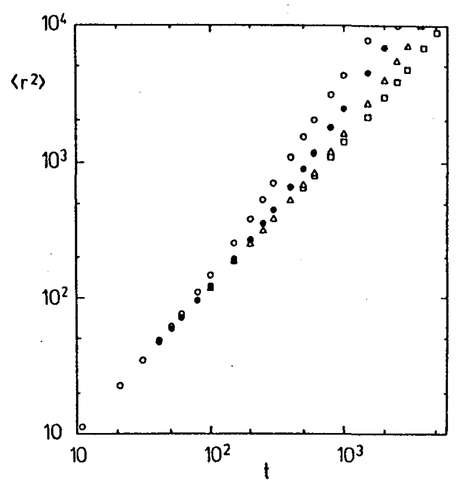

Fig. 2

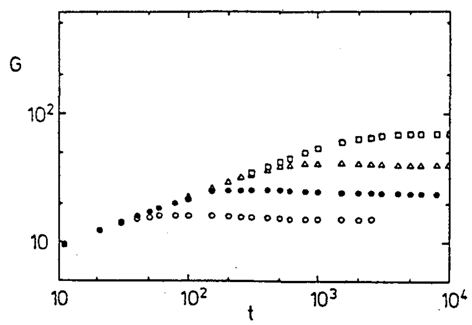

Fig. 3

$d_f=4/3$, $d_g=0$ となる。これは self-avoiding walk と同じ universality class に属する Kinetic growth walk であることが分る。ここにある t_X を境にして成長機構が変るという cross over が見られる。第4図a, b にはスケーリング理論に基づく解析がなされ，極めてよくスケーリング理論の成立つことが確められた。（スケーリングの詳細については Bunde et al. の論文を参照）特に，p が p_c から少しはずれたときには中間領域を狭んで２回cross over することが，はっきり見られる。（第5図a,b）$p=1$ の場合についても上記論文を参照して頂きたい。

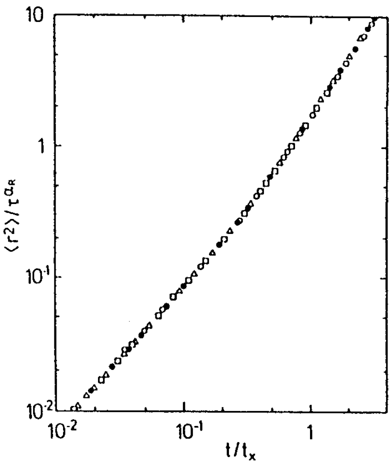

Fig. 4a

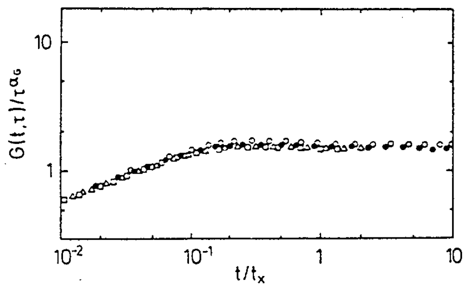

Fig. 4b

4. ランダムな寿命をもつ成長模型とサイト・ボンドパーコレーションとの関連

今迄は，一応各要素の寿命が τ（$=$finite）だと仮定したが，少し一般化して，その寿命にはいろいろな長さがあり分布しているとする。話を簡単にするため，$\tau=\infty$ が確率 q で，$\tau=$finite が確率 $1-q$ で出現すると仮定しよう。p（前節で述べた様に格子点に要素が存在する確率）および q を変化させて，無限に大きなクラスターが出現する領域を定めたものが第6図である。この領域はサイト・ボンドパーコレーションの critical region と全く一致している。このことは，成長模型と臨界現象の間に深い関連があることを示している（See. S. Miyazima et al. J. Phys. A）

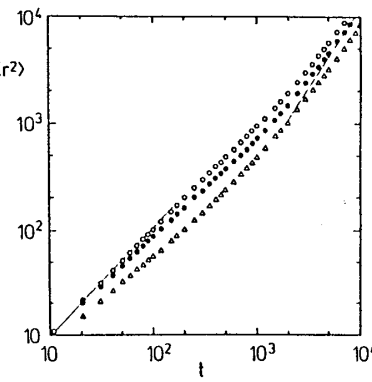

Fig. 5a

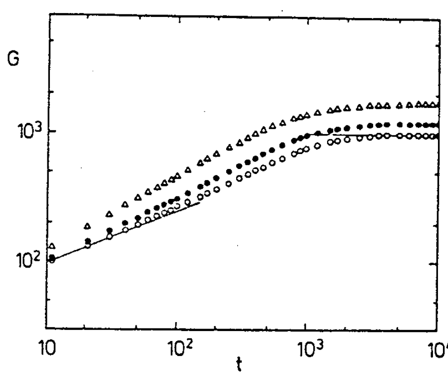

Fig. 5b

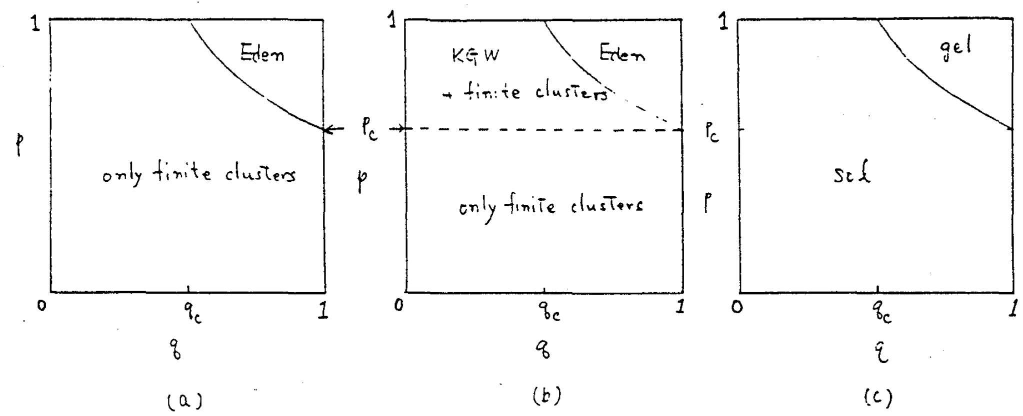

Fig. 6

5. まとめ

1）成長模型に当然とり入れるべき寿命を考慮することにより，一層多様なパターンが得られた。そのパターンの特長をフラクタル次元 d_f および成長過程の動的な面を記述する d_g でとらえ，寿命の長さに依存するcross overする時刻 t_X の前後で成長様式が大きく変化することを見た。

2）成長模型にもスケーリング理論の成立することを確めた。

3）成長模型がサイト・ボンドパーコレーションと深い関連のあることが見出された。

4）上述のイーデン模型以外にも寿命をとり入れることが必要である。例えば，2次元DLAで粒子の付着出来る時間が有限だとすると t_X を境にして1.7次元的成長から1次元的な成長へとcross overすることが考えられる。

6. 参考文献

一般的なものとしては F. Family and L. D. Landau, *Kinetics of Aggregation and Gelation,* Elseier-North-Holland, Amsterdam, 1984. H. E. Stanley and N. Ostrowsky, *On Growth and Forms,* Martinus Nijhoff, Boston, 1986. にあり，又この報告の内容の詳細は，

S. Miyazima, A. Bunde, S. Hawlin and H. E. Stanley, Spreading Phenomena in which Growth Sites Have a Distribution of Lifetime, in J. Phys. A

A. Bunde, S. Miyazima and H. E. Stanley, From Eden Model to the Kinetic Growth Walk— A. Generalized Growth Model with a Finite Lifetime of Growth Sites, submitted to J. Stat. Phys.

S. Miyazima and A. Hasegawa, to be published による。