

Title	有限寿命を考慮した成長模型(拡散に支配された凝集(DLA)とそれに関連した現象,研究会報告)
Author(s)	宮島, 佐介
Citation	物性研究 (1987), 48(2): 110-114
Issue Date	1987-05-20
URL	<a href="http://hdl.handle.net/2433/92530">http://hdl.handle.net/2433/92530</a>
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

$\tilde{P}_{N-1}^\alpha (n_i, \{n_j\} | n_i - \alpha \cdot 1, \{n_j\}) = m^{(cr)}(\tilde{L}_i(\sigma_1))$ , ( $\alpha = +$ ),  $0$  ( $\alpha = -$ ) である。初期条件(17)と, (15)式を代入した  $\tilde{P}_{N-1}^\alpha$  を, (16)に逐次代入して行くと

$$W^{(S)}(n_1, n_2, \dots, n_K : N) = \frac{N!}{\prod_i n_i!} \prod_i \left( \frac{\tilde{L}_i^{-D}(\sigma)}{\tilde{L}(D)} \right)^{n_i} \quad (18)$$

$$(\tilde{L}(D) \equiv \sum_i \tilde{L}_i^{-D})$$

となる。 $\sum n_i = N$ ,  $\sum n_i \tilde{L}_i(\sigma) = L_c$  ( $1^\circ$ では  $L_c$  はクラックの鎖の長さ,  $2^\circ$ では分布したクラックの総和の長さ)一定のもとで, (18)で定義したエントロピーを最大にする  $n_i$  は

$$n_i = \frac{\tilde{L}_i(\sigma)^{-D}}{\tilde{L}(D)} e^r e^{-\beta \tilde{L}_i(\sigma)} \quad (19)$$

$$(e^r = N / \sum_i (\tilde{L}_i(\sigma)^{-D} e^{-\beta \tilde{L}_i(\sigma)} / \tilde{L}(D)))$$

図3は  $\log n_i = Y$ ,  $\log \tilde{L}_i(\sigma) = X$ として, (19)をプロットしたものである。(16)式は連続体近似によって,  $K$ 次元のFokker-Planck (FP)方程式になる。この解を経路積分で表わすと, m. c. の成長段階 (I  $\rightarrow$  II) を経過した後の III ( $1^\circ$ ) の軌跡は, もっと詳細に調べることが出来る。

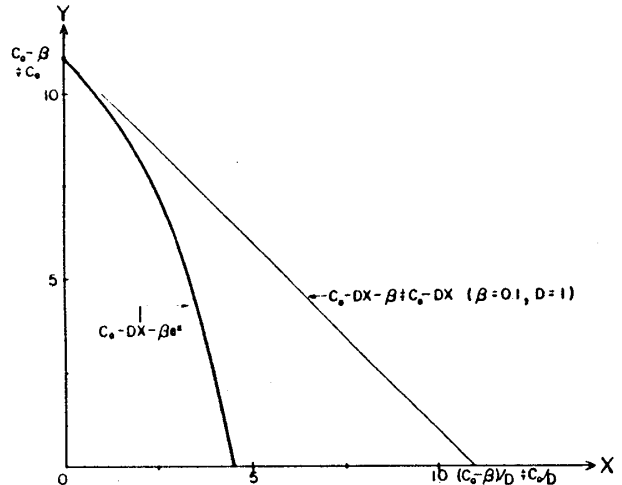


図 3

文 献

- 1) K. Mogi, Bull. Earthq. Res. Inst. **40** (1962) 831.
- 2) S. Niiseki, M. Satake and T. Kashiwabara, Progress of Acoustic Emission II, The Japan Society for Non-Destructive Inspection (M. Onoe, K. Yamaguchi and H. Takahashi eds.) (1984), 578.
- 3) 原 啓明, 藤田重次, 物性研究 42-1 (1984), 19
- 4) 岡山誠司, 一橋大学研究年報, 自然科学 25 (1986) 6月号, 3

有限寿命を考慮した成長模型

中部大・工 宮 島 佐 介

## 1. 要約

癌細胞の成長をモデル化したイーデン模型や、その諸々の拡張、改良模型が、いろいろな面から解析されてはいるものの、生命現象特有の寿命という大切な要因が全く考慮されていない。この報告では、各エレメントの成長能力が有限期間に限られるとき、そのパターンが大きく変化すること、寿命に分布を導入した模型は、サイト・ボンダパーコレーションの問題と酷似していることなどについて述べる。

## 2. 模型

2次元的な癌細胞の成長を simulate するイーデン模型を概説しよう。簡単のため、正方形格子を考えその原点に種の細胞を置く。この種細胞は原点の4つの隣接格子点 (Growth site or G-site と呼ぶ) の内の1つに (ランダムに選んで) 子供をつくる。次の世代は今の2つを親細胞とみなし、それらの6つの隣接格子点 (G-site) の内の1つに子供をつくる。以下、この手順で細胞成長を続ける。時間は細胞が1つ増加したとき1 unit 増加させる。

ここで成長には有限寿命があるということを、G-site が  $\tau$  単位時間のみ次の世代の細胞を收容出来ると表現することにした。その後では、G-site はその資格を失うが、その格子点の隣接格子点に別の細胞が産れると、再びG-site となることは許した。この部分の variation はいろいろ考えられるが、まだ検討していない。以上イーデン模型を原型に説明してきたが、伝染病の伝染、森林樹木の火災の問題などのモデルでも同様の拡張がされている。

## 3. 結果

成長パターンの構造解析には、マンデルブロートが導入したフラクタル次元の概念が用いられる。成長する細胞の作るパターンのフラクタル次元  $d_f$ 、およびG-site のフラクタル次元  $d_g$  が計算される。前者は、構造の (静的な) 指標であり、後者は成長パターンの動的な指標である。

第1図には、種々の  $\tau$ ,  $p$  に対して得られたパターンが示されている。(矢印で示される位置に種細胞がある)、ここで  $p$  は正方形格子の内  $1-p$  の部分の格子点がランダムに抜かれている。つまり、森林樹木や伝染病の媒体の如く、一様でないことを表わしている。 $p < p_c = 0.5927 \dots$  のときには、有限のクラスターしか成長しない。第2図および第3図には、 $p = p_c$  の場合、いろんな  $\tau$  に対してクラスターの end-to-end distance およびG-site の数を時間に対してプロットしてある。これより、 $d_f$  および  $d_g$  が求まる。成長の様子のはじめは  $d_f = 91/48$ ,  $d_g = 3/4$  であり、percolation 格子上的成長であるが時間と共に有限寿命の効果が出てきて、



Fig. 1a.

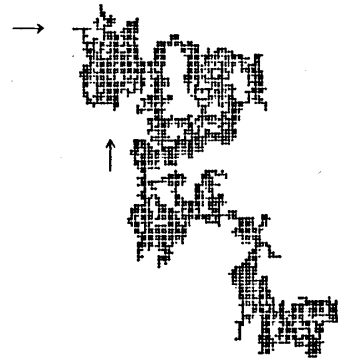


Fig. 1b.

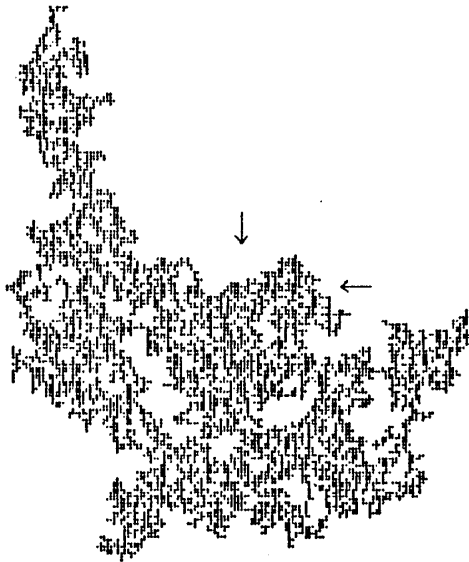


Fig. 1c.

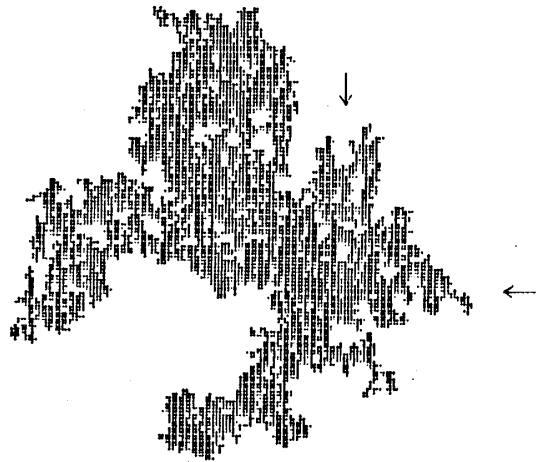


Fig. 1d.

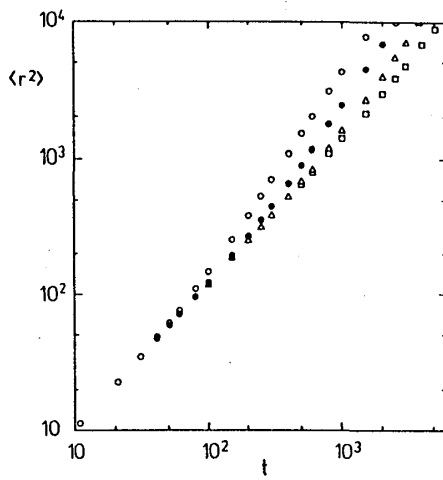


Fig. 2

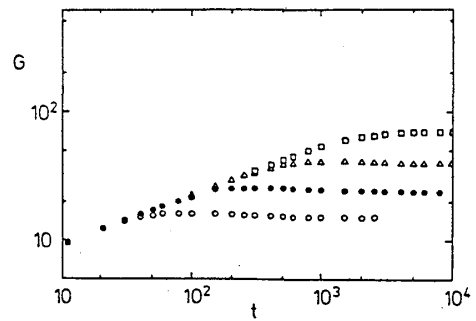


Fig. 3

$d_f = 4/3, d_g = 0$  となる。これは self-avoiding walk と同じ universality class に属する Kinetic growth walk であることが分る。ここにある  $t_x$  を境にして成長機構が変わるという cross over が見られる。第4図 a, b にはスケーリング理論に基づく解析がなされ、極めてよくスケーリング理論の成立つことが確められた。(スケーリングの詳細については Bunde et al. の論文を参照) 特に,  $p$  が  $p_c$  から少しはずれたときには中間領域を狭んで2回 cross over することが、はっきり見られる。(第5図 a, b)  $p = 1$  の場合についても上記論文を参照して頂きたい。

#### 4. ランダムな寿命をもつ成長模型とサイト・ボントパーコレーションとの関連

今迄は、一応各要素の寿命が  $\tau$  (=finite) だと仮定したが、少し一般化して、その寿命にはいろいろな長さがあり分布しているとする。話を簡単にするため、 $\tau = \infty$  が確率  $q$  で、 $\tau = \text{finite}$  が確率  $1 - q$  で出現すると仮定し

よう。 $p$  (前節で述べた様に格子点に要素が存在する確率) および  $q$  を変化させて、無限に大きなクラスターが出現する領域を定めたものが第6図である。この領域はサイト・ボントパーコレーションの critical region と全く一致している。このことは、成長模型と臨界現象の間に深い関連があることを示している (See. S. Miyazima et al. J. Phys. A)

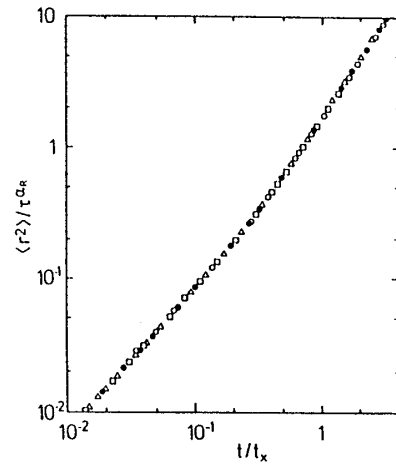


Fig. 4a

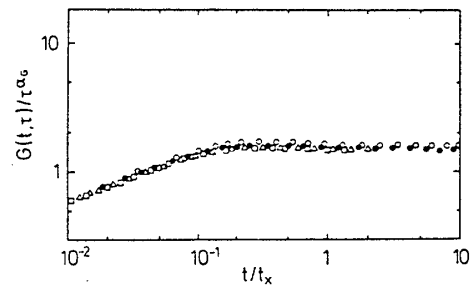


Fig. 4b

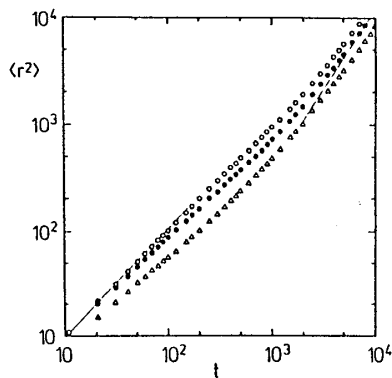


Fig. 5a

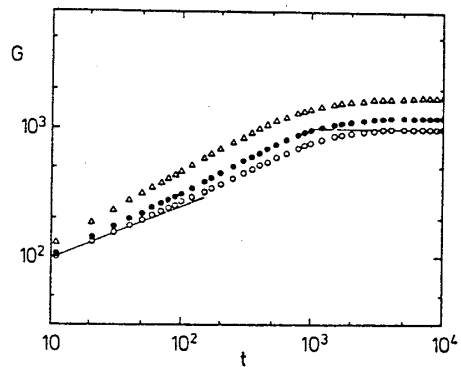


Fig. 5b

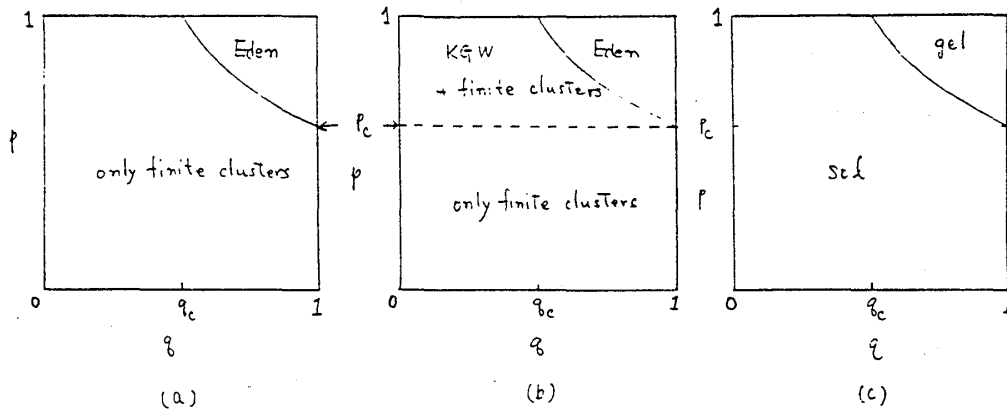


Fig. 6

### 5. まとめ

- 1) 成長模型に当然とり入れるべき寿命を考慮することにより、一層多様なパターンが得られた。そのパターンの特長をフラクタル次元  $d_f$  および成長過程の動的な面を記述する  $d_g$  であらえ、寿命の長さに依存する cross over する時刻  $t_x$  の前後で成長様式が大きく変化することを見た。
- 2) 成長模型にもスケーリング理論の成立することを確めた。
- 3) 成長模型がサイト・ボンドパーコレーションと深い関連のあることが見出された。
- 4) 上述のイーデン模型以外にも寿命をとり入れることが必要である。例えば、2次元DLAで粒子の付着出来る時間が有限だとすると  $t_x$  を境にして1.7次元の成長から1次元の成長へと cross over することが考えられる。

### 6. 参考文献

一般的なものとしては F. Family and L. D. Landau, *Kinetics of Aggregation and Gelation*, Elsevier-North-Holland, Amsterdam, 1984. H. E. Stanley and N. Ostrowsky, *On Growth and Forms*, Martinus Nijhoff, Boston, 1986. にあり、又この報告の内容の詳細は、

S. Miyazima, A. Bunde, S. Hawlin and H. E. Stanley, Spreading Phenomena in which Growth Sites Have a Distribution of Lifetime, in *J. Phys. A*

A. Bunde, S. Miyazima and H. E. Stanley, From Eden Model to the Kinetic Growth Walk—A Generalized Growth Model with a Finite Lifetime of Growth Sites, submitted to *J. Stat. Phys.*

S. Miyazima and A. Hasegawa, to be published による。