となる。これは丁度 $V(x, y) = -\frac{\phi}{4\pi}\log(x^2 + y^2)$ というポテンシャル場の中の拡散に相当する。[2]

このように，座標軸の回転まで入れると，線状欠陥を表現することができる。

また，このような空間における量子力学の波動の記述も可能となる。[3]

さらに，面白い話題として，転位の運動に対して Dirac の拘束条件の方法[4]が使えることを示す。転位の運動をあらわす模型として Frenkel-Kontrova 模型[5]がある。これに転位の運動という自由度を加えると，原子の個別的運動（phonon）と転位（集団運動）は独立でなく拘束条件を生じる。これに Dirac の方法を用いると，自然の形で転位の運動方程式が導かれる。[6]

(1) N. Ikeda and S. Watanabe, Stochastic Differential Equations and Diffusion Processes (North Holland, Amsterdam 1981).

(2) K. Kitahara, H. Araki and K. Nakazato, Dislocations in Solids (Yamada Science Foundation, Univ. Tokyo, Press, 1985), 117.

(3) K. Kitahara, K. Nakazato, H. Araki, Proc. Int. Symp. Foundations of Quantum Mechanics (Ed. S. Kamefuchi, Phys. Soc. Japan, 1984) 59.

(4) P. A. M. Dirac, Can. J. Math. 2 (1950) 129.

(5) T. Ninomiya, Treatise on Materials Science and Technology 8 (1975).

(6) 北原，大畠 1985年物理学会（秋，千葉大学）で発表．論文準備中．1987年 Illinois 大学物理学科における議事録（Non-equilibrium Statistical Physics）に詳細に述べてあります。

確率過程量子化法とカイラル・アノーマリー

早大・理工　田　中　　覚

確率過程量子化法（Stochastic Quantization Method, 以下SQM）においてカイラル・アノーマリーを導く試みはすでにいくつかあり，一応，正しいカイラル・アノーマリーが得られることがわかっている。しかし，古典論のどこが修正されてカイラル・アノーマリーが出現するのかについては，これまで曖昧なままであった。そこで経路積分量子化法においてカイラル変換のヤコビアンからカイラル・アノーマリーが出現するということがはっきりしているように，SQMにおいてもカイラル・アノーマリーの起源を明確にしようというのが，この研究[1]の主旨である。

作用

$$S = \int dx\, \bar{\phi}(x) [-i \not{\partial} + m] \phi(x) \tag{1}$$

で記述される系を考えよう。

この系をSQMで量子化するには，ϕと$\bar{\phi}$に対して次のようなランジュバン方程式を設定すればよい。[2)]

$$
\begin{aligned}
d\phi(x,t) &= (i\partial\!\!\!/ + iA\!\!\!/ - m)\,\phi(x,t)\,dt + d\theta(x,t),\\
d\bar{\phi}(x,t) &= \bar{\phi}(x,t)(-i\overleftarrow{\partial\!\!\!/} + iA\!\!\!/ - m)\,dt + d\bar{\theta}(x,t).
\end{aligned}
\tag{2}
$$

ここで，tは仮想時間，$d\theta^{\alpha}$，$d\bar{\theta}^{\alpha}$は以下のような統計的性質を持つグラスマン数のランダム変数である。

$$<d\theta^{\alpha}> = <d\bar{\theta}^{\alpha}> = 0 \tag{3a}$$

$$<d\theta^{\alpha}\,d\theta^{\beta}> = <d\bar{\theta}^{\alpha}\,d\bar{\theta}^{\beta}> = 0 \tag{3b}$$

$$
\begin{aligned}
<d\theta^{\alpha}(x,t)\,d\bar{\theta}^{\beta}(y,t)> &= -<d\bar{\theta}^{\beta}(y,t)\,d\theta^{\alpha}(x,t)>\\
&= 2\hbar\,\delta^{\alpha\beta}\,\delta(x-y)\,dt
\end{aligned}
\tag{3c}
$$

また，S(t)は作用(1)において$\phi(x)$，$\bar{\phi}(x)$をそれぞれ$\phi(x,t)$，$\bar{\phi}(x,t)$に置き換えることによって得られる〝乱雑化された作用〟である。

場の変数$\phi(x,t)$と$\bar{\phi}(x,t)$がランジュバン方程式(2)に従って仮想的時間発展をするとき，その任意の関数の時間発展を与えるランジュバン方程式を作ることは容易にできる。[1)]例えば擬スカラー密度

$$j_5(x,t) = \bar{\phi}(x,t)\,\gamma_5\,\phi(x,t) \tag{4}$$

に対するランジュバン方程式は，カイラル・カレントを

$$j^5_{\mu}(x,t) = \bar{\phi}(x,t)\,\gamma_{\mu}\gamma_5\,\phi(x,t) \tag{5}$$

として，以下のようになる。

$$
\begin{aligned}
dj_5(x,t) = &-[\,i\partial^{\mu} j^5_{\mu}(x,t) + 2m\,j_5(x,t)]\,dt - d\theta^{\alpha}(x,t)\,d\bar{\theta}^{\beta}(x,t)\,\gamma_5^{\beta\alpha}\\
&+ \bar{\phi}(x,t)\,\gamma_5\,d\theta(x,t) + d\bar{\theta}(x,t)\,\gamma_5\,\phi(x,t).
\end{aligned}
\tag{6}
$$

ランジュバン方程式(6)において，両辺の期待値をとると，

$$
\begin{aligned}
\frac{d}{dt}<j_5(x,t)> = &-i<\partial^{\mu} j^5_{\mu}(x,t) - 2mi\,j_5(x,t)>\\
&-2\hbar\,\mathrm{tr}[\gamma_5\,\delta(x-x)]
\end{aligned}
\tag{7}
$$

を得る。$t\to\infty$の定常状態では左辺の時間微分はゼロになるから，結局

$$<\partial^{\mu} j^5_{\mu}(x) - 2mi\,j_5(x)> = 2i\hbar\,\mathrm{tr}[\gamma_5\,\delta(x-x)] \tag{8}$$

を得る。これは，通常の正規化する前のWard-高橋の恒等式に他ならない。

すなわち，SQMにおけるカイラル・アノーマリーは，ランダム変数の2乗の項から出現する。量子論

的なゆらぎからつくられる平均がゼロでない項がカイラル・アノーマリーの起源である。そして，Ward-高橋の恒等式は，擬スカラー密度の $t\to\infty$ での定常性の反映として得られる。

なお，正規化は(3c)を次のように書き，文献3)と同様の計算をすることによって行なえる。

$$
\begin{aligned}
&< d\,\theta^{\alpha}(x,t)\, d\,\overline{\theta}^{\beta}(y,t) > \\
&= \lim_{M\to\infty} 2\hbar\, dt \sum_{n} \phi_{n}^{*\beta}(y) \exp[-(\lambda_{n}/M)^{2}]\, \phi_{n}^{\alpha}(x).
\end{aligned}
\tag{9}
$$

ここで，λ_n と ϕ_n はそれぞれ $\not{D}$ の固有値と固有関数である。

最後に，上記のカイラル・アノーマリーの導出とカイラル変換の関係に触れておく。上では(6)式を天下り的に与えたが，これは乱雑化された作用 $S(t)$ にカイラル変換を施し，古典論のネーターの定理の導出と同様の計算を行なうと自動的に出現する。同じことを位相変換について行なえばベクトル・カレントの保存則が得られる。

参考文献

1) M. Namiki, I. Ohba, S. Tanaka and D. Yanga, Preprint WU-HEP-87-7.

2) Fukai et al., Prog. Theor. Phys. **69** (1983), 1600.

3) K. Fujikawa, Phys. Rev. **D21** (1980), 2848.

Adiabatic phase, Topological Action and Anomalous Commutators

立命館大・理工　倉　辻　比呂志

量子力学の断熱定理に於て見出された，幾何学的，トポロジー的位相因子(断熱位相或いは Berry phaseとよばれる[1),2)])が，最近原子物理から場の理論にいたる広い分野の問題に関連して興味をもたれてきている。量子力学を波動の力学とみる立場にたてば，この位相因子は変化し得る外場の中の粒子の運動に対して一般的に出現するもので，極めて自然なものと考えられる。それ程一般的なものでありながら，一部の人々を除いて[3)]見落されていたのは，いわば空気の如く遍在する故にかえって物理屋には気付きづらかったのかも知れない。以下に於て，断熱位相の説明を与えた後，筆者と飯田氏によって展開された動力学的理論と，その応用，とくに異常交換関係について述べる。

§1. 断熱位相

まず，断熱位相(以下 Γ と記す)について説明を与える。外場 $X(t)$ (一般に多次元空間を形成する)中の〟粒子〃(その座標を q とする)に対する Schrödinger 方程式