

る。従って、温度変化とかの外的要因の変化に対して、式(7)を CDW の運動に直した時に、不変な関係を探さなくてはならない。

- 1) 詳しくは、高山氏の報告、あるいは、その文献を参考の事。
- 2) Z. -b. Su and B. Sakita, Phys. Rev. **163** (1986), 780; Prog. Theor. Phys. Suppl. No. 86 (1986), 238.
- 3) S. Barnes and A. Zawacowski, Phys. Rev. Lett. **51** (1983), 1003.

超流動 ^3He , 分数電荷, アノマリー (Dirac Sea と Fermi Sea)

静岡大・教養 中原 幹 夫

超流動 ^3He の A 相は SO(3) という比較的複雑なオーダーパラメタを持つためにトポロジカルにも面白い性質を持っている。ここでは最近 Volovik や Stone 達によって指摘された、超流動 ^3He の A 相における、分数電荷およびカイラルアノマリーに関連した現象について紹介する。

A 相のオーダーパラメタは

$$A_{\mu i} = \Delta_0 \hat{d}_\mu \Delta_i \quad (1)$$

で表わされる。 Δ_0 はギャップの大きさ、 \hat{d}_μ はスピン空間の単位ベクトル、 Δ_i は実空間の単位ベクトル $\hat{\Delta}_1$ と $\hat{\Delta}_2$ を用いて $\vec{\Delta} = \hat{\Delta}_1 + i \hat{\Delta}_2$ と表わされる。 $\hat{l} = \hat{\Delta}_1 \times \hat{\Delta}_2$ はクーパー対の角運動量 (大きき 1) の向きを表わす。質量のカレントは

$$\vec{g} = \rho \vec{v}_s + \frac{1}{4} \rho \text{curl } \hat{l} - \frac{1}{2} \rho \hat{l} (\hat{l} \cdot \text{curl } \hat{l}) \quad (2)$$

で与えられる。第 1 項はクーパー対の重心運動、第 2 項は磁性体における “magnetic current” に対応している。第 3 項の微視的な解釈は不明であった。ここではこの項が分数電荷 (と言っても ^3He は中性なので分数フェルミオン数であるが) やカイラルアノマリーに対応している事を示す。

($\hat{\Delta}_1, \hat{\Delta}_2, \hat{l}$) の空間的配置を Texture と言うが、与えられた Texture のもとでの準粒子の励起は南部 - Gorkov (NG) 方程式

$$\begin{pmatrix} \left(\frac{\vec{p}^2}{2m} - \mu \right) & \frac{\Delta_0}{2p_F} \{ p_j, \Delta_j \} \\ \frac{\Delta_0}{2p_F} \{ p_j, \Delta_j^* \} & - \left(\frac{\vec{p}^2}{2m} - \mu \right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_n \\ v_n \end{pmatrix} = E_n \begin{pmatrix} u_n \\ v_n \end{pmatrix} \quad (3)$$

で記述される。例えば $\vec{d} = \hat{x} + i\hat{y}$ の時、固有値は $E_p^2 = \varepsilon_p^2 + d_0^2 (\hat{p}_x^2 + \hat{p}_y^2)$ で与えられ、 $\hat{l} = \pm \hat{z}$ の方向にギャップの節がある事がわかる。(→カイラルアノマリーの可能性) 一方 xy 平面上でギャップは最大値 d_0 をとり、ソリトンの Texture のもとで Mid Gap 状態が存在する。(→分数電荷の可能性)

例として \hat{l} の domain wall $\hat{l} = (0, \sin\theta, \cos\theta)$ をとる。ただし $\theta = \theta(x)$, $\theta(0) = 0$ とする。 \vec{d} として $x=0$ の近くで

$$\vec{d} \cong \hat{x} + i\hat{y} - i\hat{z} Bx \quad (4)$$

をとると、NG-方程式の解は

$$E_{n, p_z} = \text{sgn } \varepsilon \left[\varepsilon^2 + 2n |B p_z| \left(\frac{d_0}{p_F} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (5)$$

ただし $\varepsilon = \frac{p_z^2}{2m} - \mu$

となる。ここで $n=0$ の解は $p_z < 0$ の時しか存在しない。したがって真空 (Fermi Sea) をフェルミ面迄準粒子をうめることによって定義すると、 $p_z < 0$ の粒子の方が $p_z > 0$ の粒子よりも多いことになり、 $-z$ 方向 (domain wall に平行な方向) に質量の流れが存在する。これは NG-方程式の各方向 \hat{p} について分数電荷を求め、それを \hat{p} について加えたものと等しい。いずれの方法で求めても、カレントに対する寄与は $-\frac{1}{2} \rho \hat{l} (\hat{l} \cdot \text{curl } \hat{l})$ となり(2式の第3項を与える。

次に一様な \hat{l} -texture を考える。以前見たように、準粒子の励起スペクトルは

$$E_p^2 = \varepsilon_p^2 + d_0^2 (\hat{p} \times \hat{l})^2 \quad (6)$$

となり、 $\hat{p} = \hat{l}$ (北極) および $\hat{p} = -\hat{l}$ (南極) にギャップの節が存在する。これらの極では NG-方程式は Weyl 方程式に帰着する。

$$\left[(i\partial_t - eA_0) - c_{ij} \sigma_i \left(\frac{1}{i} \partial_j - eA_j \right) \right] \xi = 0 \quad (7. a)$$

$$\left[(i\partial_t - eA_0) + c_{ij} \sigma_i \left(\frac{1}{i} \partial_j - eA_j \right) \right] \eta = 0. \quad (7. b)$$

ここに "光速" は

$$c_{ij} = \frac{p_F}{m} \hat{l}_i \hat{l}_j + \frac{d_0}{p_F} (\delta_{ij} - \hat{l}_i \hat{l}_j) \quad (8)$$

"電荷" は $e \equiv \hat{p} \cdot \hat{l} = \pm 1$ である。 $e = +1$ を R-electron, $e = -1$ を L-positron と呼ぶ。また $\vec{A} = p_F \hat{l}$, $A_0 = p_F \hat{l} \cdot \vec{v}_s$ で与えられる。ここで $A_0 = 0$ ととり \hat{l} 即ち \vec{A} を断熱的に動かすと (orbital wave) これは本来ならばゲージ変換であるが、準粒子のスペクトルは変化する。すると最初定義した真空 (Fermi Sea) から断熱的なゲージ変換で得られた状態は Fermi Sea とはならない。(R-electron の生成及び L-positron の消滅もしくはその逆を生じる。) これは Fermi Sea を Dirac Sea と読みかえればカイラルアノマリーと同じ現象である。実際

$$\rho = \langle \xi^\dagger \xi \rangle + \langle \eta^\dagger \eta \rangle \quad (9)$$

は保存されるが

$$\rho_5 = \langle \xi^\dagger \xi \rangle - \langle \eta^\dagger \eta \rangle \quad (10)$$

は保存されない。即ち運動量 $-\hat{p}_F$ の付近の準粒子数と $+\hat{p}_F$ の準粒子数の和は保存するが、差は保存しない。従って全運動量 $\vec{p} \rho_5$ も保存しない。Volovik は(2)式の第3項が、この運動量非保存によるものであることを示した。

主な文献は

G. E. Volovik JETP Lett. 43 (1986) 551.

JETP Lett. 42 (1985) 363.

M. Stone in "Symposium on Anomalies, Geometry, Topology" ed. W. A. Bardeen and A. R. White, World Scientific 1985.