散写像特有のものではなく，現実の物理系においてもみられるはずのものである。

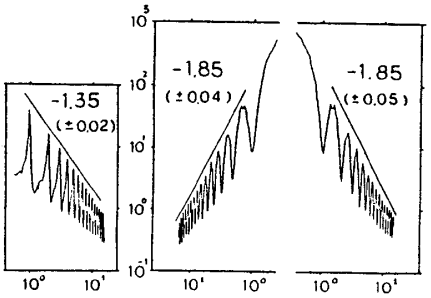


図 4

参　考　文　献

1) H. Mori et al.: Prog. Theor. Phys. **76** (1986) 784 and its Refs.

2) P. Manneville: J. Physique **41** (1980) 1235.
I. Procaccia et al.: Phys. Rev. **28A** (1983) 1210.

間欠的カオスの臨界点近くでの非線形応答

九大・理　堀田武彦，森　肇

TYPE 1 間欠的カオス[1]を示す系に，near-resonant perturbation[2]を加えた場合の系の振舞を考察する。

周期運動をしている系に，共鳴振動数に非常に近い振動数を持つ周期的摂動を加えた場合の系の応答は，系が分岐点近傍にある場合には，系の詳細に依らない普遍性が期待でき，興味がある。Bryant 等は，周期倍加の分岐点について研究している。[2] また，大同は，Lorenz model について，計算機実験を行なっている。[3]

TYPE 1 の間欠的カオスの臨界点前後では，分岐前の周期解の近傍での系の運動（ラミナー状態）は，遅いモードだけに着目すると，

$$(1-\mathrm{a})\qquad \boldsymbol{X}_0(\omega_0 t+\phi_n)+x_n(t)\boldsymbol{X}_1(\omega_0 t+\phi_n)$$

$$(1-\mathrm{b})\qquad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}x_n=\mu+x_n^2$$

によって記述される。ここで，ω_0 は周期運動の振動数，$\boldsymbol{X}_0$，$\boldsymbol{X}_1$ は，周期 2π の周期関数，ϕ_n は，n 番目のラミナー状態の位相のずれ，x_n は遅いモードの時間発展を表わしており，ゆっくり変化する。また，μ は系の制御パラメーターであり，$\mu=0$ が分岐点で，$\mu<0$ で周期状態，$\mu>0$ でカオス状態となる。

ここに，$\cos(\omega_0+\delta)$，$|\delta| \ll \omega_0$ の型の周期的摂動が加わった場合，(1)は次のように変更される（但し，引き込み現象による周波数ロッキングは，起こらないと仮定する）。

$$(2-\mathrm{a})\quad \boldsymbol{X}_0(\omega_0 t+\phi_n)+x_n(t)\boldsymbol{X}_1(\omega_0 t+\phi_n)$$

$$(2-\mathrm{b})\quad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}x_n=\mu+x_n^2+\varepsilon\cos(\delta t-\phi_n)$$

ここで，ε は摂動の大きさに比例する。

カオス発生点を μ_c とすると，

$$\mu_c=\varepsilon\,\tilde{\mu}_c\left(\frac{|\delta|}{\sqrt{\varepsilon}}\right)$$

のように，カオス発生点のずれに対して，振動数のずれと，摂動の大きさの間にスケーリングのあることがわかる。

摂動展開によると，

$$\tilde{\mu}_c(\tilde{\delta})=-\frac{1}{2}\tilde{\delta}^{-2}+\frac{7}{32}\tilde{\delta}^{-6}+O(\tilde{\delta}^{-10})^{*)}$$

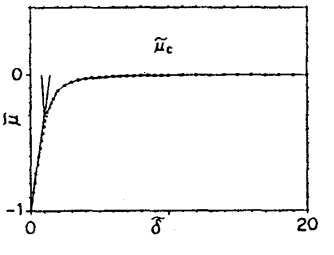
$$=-1+\frac{\sqrt{2}}{2}\tilde{\delta}+O(\tilde{\delta}^2)$$

ここで，$\tilde{\delta}\equiv|\delta|/\sqrt{\varepsilon}$ ，

図の実線は $O(\tilde{\delta}^{-6})$ までと $O(\tilde{\delta})$ までをとったものであり，点は数値計算の結果である。

$\tilde{\delta}$ が小さい（e.g.$\lesssim 0.1$）場合には，摂動の影響が非常にはっきりと表われる。

間欠的カオスのパワースペクトルは，遅いモードの運動の特性と，バーストの前後での位相の跳びによって特徴づけられる。[4] このことは，摂動が加わった場合についても同様である。(2－b）の性質より以下のことがわかる。



・は数値計算の結果

バーストの前後での位相の跳びがなく，$\tilde{\delta}$ が小さい場合には，発生点近傍のカオス側でのパワースペクトルには，$\omega=m\omega_0+n\delta$ ($m=0,1,2,\cdots$, $n=0,\pm1,\pm2,\cdots$) に，δ ピークの列と $\omega=m\omega_0$ ($m=0,1,2,\cdots$) のまわりに，幅の広いローレンツ型ピークが現われる。

$\tilde{\delta}$ が大きい（e.g.$\gtrsim 10$）場合には，カオス発生点のカオス側では，$\omega=m\omega_0+n\delta$ ($m=0,1,2,\cdots$, $n=0,\pm1,\pm2,\cdots$) に δ ピークが表われ，$\omega=m\omega_0$ ($m=0,1,2,\cdots$) のまわりには，摂動がない場合に表われるのと同様のローレンツ型のピーク列が，パワースペクトルに現われ

る。

バーストの前後での位相の跳びのある場合，$\tilde{\delta}$ が $O(1)$ の場合，Type 3 の場合について臨界点でのパワースペクトルの構造を今後明らかにしたい。

参　考　文　献

1) Y. Pomeau et al.: Commun. Math. Phys. **74** (1980) 189.

2) P. Bryant et al.: Phys. Rev. **A33** (1986) 2525.

3) H. Daido: Prog. Theor. Phys. **70** (1983) 879.

4) H. Mori et al.: Prog. Theor. Phys. **76** (1986) 784.

注

*) 大同は，TYPE 1 間欠的カオスに周期外力の加わった場合について，2次元写像

$$\begin{cases} \theta_{n+1} = \theta_n + \Omega + \alpha x_n & (\mathrm{mod}\ 1) \\ x_{n+1} = x_n + c\,x_n^2 + \varepsilon + a\cos(2\pi\theta_n) & (\mathrm{mod}\ 2) \end{cases}$$

を用いて研究しており，カオス発生点を摂動展開により求めているが，ここで，$\alpha = 0$, $a/c =$ 一定，$c \to 0$ の極限をとった場合の結論は，今の結果と一致する。

H. Daido: Prog. Theor. Phys. **71** (1984) 402.

ホモクリニックカオスのしめす拡散的現象

早大・理工　相沢洋二，菊地康裕

保存系のカオスにおいてはロングタイムテイルが存在することが知られており（たとえばローレンツガスにおいて，速度の自己相関関数は代数的減衰をすることが報告されている），そのために異常な拡散を生むことが予想される。本研究では，保存系のモデルとしてスタンダードマッピングを用いた。これは2次元トーラス T^2 上の変換で $-1/2 \leqq I_n$，$\theta_n < 1/2$ として