

Title	離散写像における間欠的カオスのパワースペクトル特性 (カオスとその周辺, 研究会報告)
Author(s)	森, 信之; 黒木, 昌一; 森, 肇
Citation	物性研究 (1987), 48(4): 385-387
Issue Date	1987-07-20
URL	http://hdl.handle.net/2433/92604
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

References

- 1) Y. Pomeau and P. Manneville: Commun. Math. Phys. 74 (1980) 189.
- 2) I. Procaccia and H. Schuster: Phys. Rev. A28 (1983) 1210.
- 3) H. Mori, K. Shobu, B. C. So and H. Okamoto: Physica Scripta T9 (1985) 27.
- 4) 森 肇:月刊フィジクス, 第6巻 第9号(1985年, 海洋出版) 488頁。
吉田 健, 岡本寿夫:月刊フィジクス, 第6巻 第9号(1985年, 海洋出版) 522頁。
- 5) 森 肇, 岡本寿夫:「乱流現象の科学」第5章(巽 友正編, 東京大学出版会, 1986年) 121 - 163頁。
- 6) B. C. So and H. Mori: Physica 21D (1986) 126.
H. Mori, B. C. So and S. Kuroki: Physica 21D (1986) 355.
- 7) H. Mori, H. Okamoto, B. C. So and S. Kuroki: Prog. Theor. Phys. 76 (1986) 784.

離散写像における間欠的カオスのパワースペクトル特性

九大・理 森 信之, 黒木昌一, 森 肇

タイプ I 間欠的カオスのダイナミクスを, パワースペクトルを用い, 数値実験で調べた。計算で使ったモデルは, 離散写像 $X_{n+1} = \mu - X_n^2$ である。これは $\mu = \mu_c = 1.75$ で周期 3 の軌道が接線分岐を起こし, $\mu < \mu_c$ で間欠的カオスとなる。 $\varepsilon = \mu_c - \mu$ として, $\varepsilon = 10^{-6}$ の時のパワースペクトルが図 1(a) である。

ところで, 我々が興味があるのはスペクトルの全体的な形ではなく, そこに内在する, 系の詳細によらない普遍的な性質であり, それ故, 以後 $f = 0$ 近傍と $f = f_0$ (基本周波数。ここでは, $1/3$) 近傍に注目することにする。図 1(b) は, それぞれの周波数域を拡大してみたものである。すると驚くことに, スペクトルのひとつの山とっていたものが, 小さなピークの列から成っていたことが判明した。これは, いままで唯一, 森肇らの「パワースペクトルの統計理論」〔文献 1〕によって予想されていた特性である。その他の理論⁽²⁾では, ラミナーのライフタイム分布を τ^α という単調減少の形で扱っており, これは実験で得られた分布(図 2)を正しく評価していない。図 2 では $\tau \approx 420$ のところに大きなピークがあり, 原点の周りのピークの数十倍もあるので, スペクトルにはむしろこちらの方が効いていると思われる。

〔文献 1〕によれば, このようなときにはタイムスケールがうまく分離され, 図 1(b) のよう

研究会報告

な小ピーク列からなるスペクトルを得ることが示される。またさらに、そのピーク列の間隔は、接線分岐で生じたチャンネル (slow manifold) を通過する特性時間 τ_c に対応して、 $\Delta f = 1/\tau_c$ である (τ_c の定義は [文献1])。図2の分布の場合、鋭いピークのある $\tau \approx 420$ あたりが τ_c)。このことを確かめるために、いろいろな ε のパワースペクトルを、 τ_c で周波数をリスケールして書いたのが図3である。 ε が大きくなるにつれ、一つ一つの小ピークは崩れていくが、その間隔は確かにびたりと同じである。

またここでのようにスペクトルが小ピーク列からなる場合、その小ピークの概形には、再投入に伴う“位相のとび $\Delta\phi$ ” が効いていることも [文献1] に示されている。つまり

$$\langle \exp [i (f/f_0) \Delta\phi] \rangle = \exp [i \xi - \eta^2]$$

で η を定義すると、大まかにいって $\eta < 1$ ならば尖ったもの、 $\eta > 2$ ならば釣鐘状のものとなる。 $f \approx 0$ のときは上式より $\eta \approx 0$ 。 $f \approx f_0$ のときは実験値から $\eta \approx 2$ を得るので、理論は図1(b)の特徴をよく説明できている。

最後に、ピーク列の包絡線がべき則に従うことを示そう。図4は両対数をとったものだが、包絡線はほぼ直線になっている。[文献1]の理論では、べきは普遍的で、 $f \approx 0$ で -1 、 $f \approx f_0$ で -2 と予想しており、実験と大体あっているといえるだろう。 $f \approx 0$ の方は少しずれているが、そのずれの原因はいまのところ判明していない。

なお、実際の連続時間系の場合でも、ラミナーにおける波形はほぼ相似であるので、そのスペクトルは離散時間系のもものと本質的に変わらない。従って、ここで得られたスペクトルは離

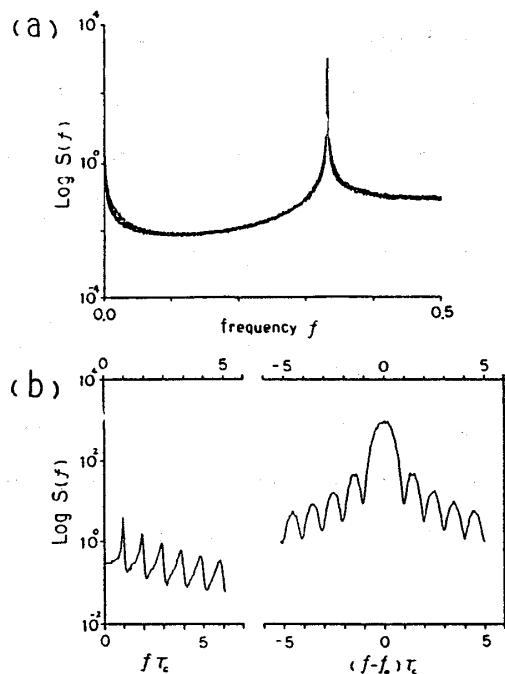


図 1

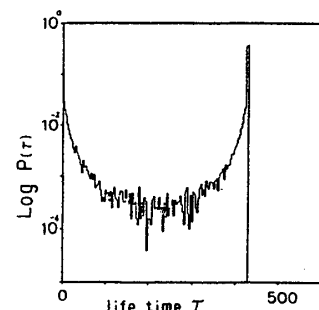


図 2

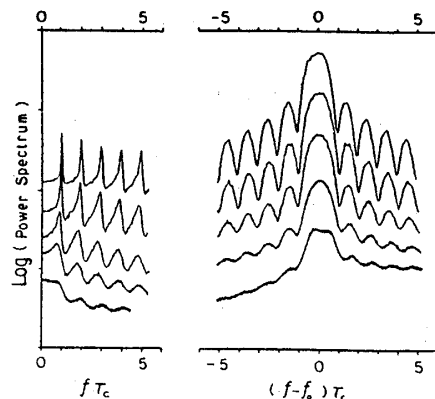


図 3

散写像特有のものではなく、現実の物理系においてもみられるはずのものである。

参 考 文 献

- 1) H. Mori et al.: Prog. Theor. Phys. 76 (1986) 784 and its Refs.
- 2) P. Manneville: J. Physique 41 (1980) 1235.
I. Procaccia et al.: Phys. Rev. 28A (1983) 1210.

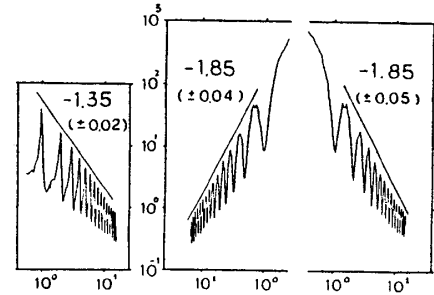


図 4

間欠的カオスの臨界点近くでの非線形応答

九大・理 堀田武彦, 森 肇

TYPE 1 間欠的カオス¹⁾を示す系に, near-resonant perturbation²⁾を加えた場合の系の振舞を考察する。

周期運動をしている系に, 共鳴振動数に非常に近い振動数を持つ周期的摂動を加えた場合の系の応答は, 系が分岐点近傍にある場合には, 系の詳細に依らない普遍性が期待でき, 興味がある。Bryant 等は, 周期倍加の分岐点について研究している。²⁾ また, 大同は, Lorenz model について, 計算機実験を行なっている。³⁾

TYPE 1 の間欠的カオスの臨界点前後では, 分岐前の周期解の近傍での系の運動(ラミナー状態)は, 遅いモードだけに着目すると,

$$(1-a) \quad \mathbf{X}_0(\omega_0 t + \phi_n) + x_n(t) \mathbf{X}_1(\omega_0 t + \phi_n)$$

$$(1-b) \quad \frac{d}{dt} x_n = \mu + x_n^2$$

によって記述される。ここで, ω_0 は周期運動の振動数, $\mathbf{X}_0, \mathbf{X}_1$ は, 周期 2π の周期関数, ϕ_n は, n 番目のラミナー状態の位相のずれ, x_n は遅いモードの時間発展を表わしており, ゆっくり変化する。また, μ は系の制御パラメーターであり, $\mu = 0$ が分岐点で, $\mu < 0$ で周期状態, $\mu > 0$ でカオス状態となる。