§4. おわりに

以上のことをまとめると，位相差ϕの運動状態は，次の3つに分類できる。

(i) 周期運動

$\phi(\tau+T_0)$と$\phi(\tau)$の関係を

$$\phi(\tau+T_0)=\phi(\tau)+2\pi n+T\delta(\tau)$$

($\delta(\tau)$：ゆらぎ)で表わすと，この場合は$\delta(\tau)=0$となり，$I-V$特性上の定電圧ステップ上に存在する。また，$v(\tau)$のスペクトルは，線スペクトルである。

(ii) 周期カオス

$\delta(\tau)$の時間的平均$<\delta(\tau)>_{AV}$が零で，これもステップ上に存在する。$v(\tau)$のスペクトルは線スペクトルに連続スペクトルが加わっているが，零振動数成分が少ない。

(iii) 間欠カオス

$<\delta(\tau)>_{AV}\neq 0$でステップからはずれた所に存在する。$v(\tau)$のスペクトルは，周期カオスと違って，零振動数成分が増えている。

ジョセフソン素子におけるカオスに対する量子効果

北大・工　飛　田　和　男

1. はじめに

ジョセフソン素子は外部からac電流を掛けた場合，カオスを示すことはよく知られている。[1] ここでは最近の素子の小型化にともない，問題になりつつある量子揺らぎの効果[2]が，この系のカオス的な振舞いに与える影響を調べる。今回は特に，周期倍化過程や間欠的カオスといったカオスの発生過程に着目して，これらに量子揺らぎの与える影響を調べた。

2. 量子ランジュバン方程式

ジョセフソン素子は古典的には次のような運動方程式により記述される。

$$\phi_{tt}+\eta\phi_t+\sin\phi=I_0+I_1\sin\Omega t \tag{1}$$

ここで，t，η，ϕ，Ω，I_0，I_1はそれぞれ時間，散逸係数，位相差，ac電流の振動数，dc，ac電流の振幅を表わす。電流の単位はジョセフソン素子の臨界電流I_Cであり，時間の

単位は次式によって与えられる ω_{pl} の逆数である。

$$\omega_{pl}{}^2 = 2eI_C/\hbar C \qquad (2)$$

ここで C は電気容量，$-e$ は電子の電荷である。η は次の式で与えられる。

$$\eta = 1/RC\omega_{pl} \qquad (3)$$

ここで R は素子の抵抗である。この様に，ジョセフソン素子を記述する運動方程式は，散逸項を伴いハミルトン形式に書くことはできない。この様な系を準古典領域で量子的に取り扱う方法のひとつに量子ランジュバン方程式[3)]がある。この方法によると，絶対零度では量子揺らぎの効果は(1)式の右辺に次のような時間相関を持つ量子揺動力 $\xi(t)$ をつけ加えることによって表わされる。

$$<\xi(t)\,\xi(t')> = K(t-t') \qquad (4)$$

ここで $K(t)$ は次式で与えられる。

$$K(t) = \eta q \int_{-\omega_c}^{\omega_c} |\omega|\, e^{i\omega t} \frac{d\omega}{2\pi} \qquad (5)$$

$$q = 4\pi e/C\omega_{pl}\Phi_0 \qquad (6)$$

ここで ω_c は熱浴の cut-off 振動数であり，Φ_0 は磁束量子である。q が量子性の程度を表すパラメーターとなる。上式を大きな t に対して評価すると量子揺動力は時間の逆自乗で減衰する強い長時間相関を持っている事がわかる。ここで用いた準古典近似は，q/η が1より十分小さいときに正しいことが確認されている。[3)]

3. 周期倍化過程

1）数値実験

方程式(1)において $I_0=0$, $\eta=0.5$, $\Omega=0.57$ で，I_1 を 0.89179 迄増やしてゆくと解は周期倍化を経てカオスに至る。ちょうど $I_1=0.89179$ で(1)を数値的に解きパワー・スペクトルを取ると外力の16倍周期の運動まで確認することができた。これに量子揺動力を加えると，$q=0.0003$ では外力と同じ振動数及びその倍振動のみが見える。これから，q を0.0228倍ずつ減らして行くと一つずつ倍周期の運動が見えてくる。これは古典的な揺動力の場合に一次元写像におけるスケーリングから期待される結果と同じである。この様に，量子的揺動力は強い

長時間相関を持つにもかかわらず古典的揺動力と同様な効果を周期倍化過程に与える様にみえる。この事を，揺動力を伴う一次元写像に対するスケーリング理論の立場から解釈することを考えてみよう。

2）量子揺動力のある一次元写像のスケーリング理論

次のような一次元写像を考える。

$$x_{n+1} = f(x_n) + \xi_n \tag{7}$$

ここで ξ_n は次のように量子揺動力と同じ長時間相関を持つ。

$$< \xi_n \xi_{n'} > = q / (n - n')^2 \tag{8}$$

Crutchfield ら[4)] による古典的揺動力のある一次元写像における周期倍化に対するスケーリング理論を，この場合に拡張すると次の式が得られる。ξ_n のない場合の周期倍化の集積点に対応する固定点関数 f_0 の周りに f を $f = f_0 + h$ と展開し，ξ_n の時間相関の long time tail のみを考慮すると次のスケーリング関係が得られる。

$$f_0(x) = -\alpha f_0(f_0(-x/\alpha)) \tag{9}$$

$$f_0'(f_0(x)\, h(x) + h(f_0(x))) = -\frac{2\beta}{\alpha} h(\alpha x) \tag{10}$$

α は 2.5029，β は揺動力の強さに対するスケーリング指数である。(10)は Feigenbaum 定数 δ を定める式において δ を 2β で置き換えたものに等しい。従って，ξ_n の長時間相関の周期倍化過程に対する指数は $\delta/2$ (= 2.335) となり古典揺動力に対するもの (= 6.62) より小さい。従って，周期倍化の臨界領域においては，短時間相関を持つ成分のみが重要になり，量子揺動力も古典揺動力と同じユニバーサリティをもつものと考えられる。

4. 間欠的カオス

ジョセフソン素子に a c 電流と共に d c 電流を掛けると，d c 電流がある臨界値を越えると電圧に直流成分が現われる。さらに d c 電流を増やすとその値は $(\phi_0 \Omega)/2\pi$ の有理数倍にロックされるが，その中間の d c 電流の値に対しては，素子は間欠的なカオスを示す。[5)] ここでは，素子の状態は d c 電圧のない状態と $(\phi_0 \Omega)/2\pi$ の有理数倍の d c 電圧のある状態の間をカオティックに飛び移りながら時間発展している。このとき，d c 電圧が出始めるパラメーターの臨界値で量子揺動力を掛けると，η の十分大きい場合，d c 電圧のない状態の平均滞在

時間はほぼqの$-1/3$乗に比例して短くなって行く。 これもまた古典的な揺動力の場合に一次元写像でのスケーリング理論から期待される結果と同じである。この場合も，揺動力の長時間相関の効果の指数は古典揺動力の指数より小さく，量子揺動力は古典揺動力と同じユニバーサリティを持つことが判った。

5. まとめ

ジョセフソン素子におけるカオスに対する量子揺らぎの効果を，量子ランジュバン方程式によるシミュレーション及び一次元写像に対するスケーリング理論により調べた。その結果，周期倍化過程や間欠的カオスの臨界領域での量子揺動力の効果は，古典揺動力とおなじユニバーサリティに属する事が判った。

参 考 文 献

1) A. H. MacDonald and M. Plischke: Phys. Rev. **B27** (1983) 201.

2) 例えば，飛田和男：日本物理学会誌，第41巻(1986) 875.

3) A. Schmid: J. Low Temp. Phys. **49** (1982) 609.

4) J. Crutchfield, M. Nauenberg and J. Rudnick: Phys. Rev. Lett. **46** (1981) 933.

5) E. Ben-Jacob, I. Goldhirsch and Y. Imry: Phys. Rev. Lett. **49** (1982) 1599.

ノーマルーサイエンスとしての『カオス』

日大・理工，原研　　島　田　一　平

『カオスとその周辺』研究会のあるべきすがたをめぐって，多く（一部？）の人々の意識と現実との間に，ある種の不一致がひろがっている。そして，この不一致は，研究を進めようとする個々人がより革新的であろうと努力するほど大きくなってしまうという，やっかいな性質をもっている。

一言でいうならば，〝カオス〟をめぐる研究の現状が－normal science（規範的科学・通常(?)科学）－としての運動様式をおびてきているということである。（T. S. Kuhn：『The Structure of Scientific Revolution』1962）T．クーンの言うノーマルーサイエンスの成立条件は，見方をかえれば，現状における我々の努力目標と見ることもできる。ただ，個々の研究者が，いかにいい論文を書き，いかに仲間にみとめられるか，という視点で考えおよぶ