6) T. Kurtz, G. Mayer-Kress and K. Kaneko: in preparation
7) J. Crutchfield and K. Kaneko: in preparation

高次元アトラクタを特徴づける試み（コメント）

京大・基研　池　田　研　介
北大・薬　　松　本　健　司

Kuramoto-Sivashinsky モデル（以下KSモデル）及びその modified version を試材として，アトラクターの位相空間内での諸性質と波数空間で観測される intermittency の間に成立つ関係を調べている。その中間報告を行いたい。

前回の講演でのべたように，遅延微分モデル（以下 DDモデル）の高次元アトラクターは，次の諸性質をもっている。

(1) リアプノフスペクトルにおけるリアプノフ数の順序を i とする。$i \geq I_{\mathrm{LE}}$ なる i に対して，リアプノフスペクトルと linear fluctuation mode スペクトルが完全に一致するような I_{LE} が存在する。

(2) リアプノフ成分はリアプノフ数の対数に比例する。換言すれば log scale でみたアトラクターの概形は局所的なリアプノフ楕円の相似である。

(1)(2)の性質から，次の性質が導かれる：

(3) リアプノフベクトル（$\overrightarrow{e_n}\ \overrightarrow{e}_{n+1} \cdots\cdots$）（$\overrightarrow{e_n}$ は n 番目リアプノフ数に対応）で張られた外部分空間 EX_n^L への状態ベクトル $\overrightarrow{R}$ への射影 $\overrightarrow{R}_n$ の統計的性質は $n \geq I_{\mathrm{LE}}$ で特徴的変化を示す。即ちベクトル間の相関が急激に増大する。

(4) （リアプノフ＝フーリエ対応）リアプノフベクトルの順番を i，フーリエモードの波数とすると，i と k の間にはある mapping $k = f(i)$ が存在する。i が増大すると k も増大する。

従って(3)の性質は(4)を通して，波数空間での物理現象に反映される：

(5) （Intermittency）波数空間でのバンド（ハイ）パスフィルターを通した時空パターンには次の性質がある：ある特徴的波数 k_d が存在して $k > k_d$ ではバンドパスパターンが間欠的バーストにみえ，間欠性の度合は k に比例する。この領域では異った k でみられるバースト間に強い相関が存在する。$k_d = f(I_{\mathrm{LE}})$ である。

まずKSモデルでも上記諸性質が満たされているか否かがテストされた。

(1)は明確に成立っている。

(2)は怪しい。

しかし(3)は成立っているらしい（完全な詰めはまだ）。

(4)はある値より大きい i に対して成立つ。特に十分大きい i では $f(i)=i$。

(5)は明確に成り立っている。従って I_{LE}, k_d が存在ししかも $k_d \approx I_{\mathrm{LE}}$ である（DDでは $k_d/I_{\mathrm{LE}} \quad 1.4$）

$k<k_d$ ではバンドパスパターンの間の相関は相対的に弱く（DDでは相関が極めて弱い），この範囲では異る k の部分で異るパターンが生成されていることを示唆している。他方 $k>k_d$ ではバンドパスパターンはも早新しいパターを含まず， $k<k_d$ で作られたパターンを継承しているのみであると考えられる。従って $k_d(I_{\mathrm{LE}})$ はフーリエ空間（リアプノフ空間）でみた時にパターンが形成される“内”と“外”との境界を与えていると考えることができよう。

I_{LE} とリアプノフ次元 D はどう関係しているだろうか？ DDモデルでは $I_{\mathrm{LE}}/D=0.65$ が普遍的に見出された。これに対しKSモデルでは I_{LE} は D に較べてはるかに大きく， $I_{\mathrm{LE}}/D \approx 2.3$ に達する。このことから物理現象として区別できる“内”と“外”との境界を示す指標として D はあまりアテにならないことを意味している。

波数空間で直接観測できる現象が D と直接関係をもたないことを示す明確な証拠をあげておこう。KSモデルのように空間的一様性をもつ系では，状態ベクトル $\vec{R}$ を平均の意味で最も有効にとじこめうる直交基底はフーリエモードに他ならない（フーリエモードが相関行列の固有vector をなす）。今 $\vec{R}$ を大部分（たとえば95％）閉じこめうるフーリエモードの数を $K(t)$ としよう。$K(t)$ の平均値は D に近い値を示す。 intermittent burst が多数発生する所では当然 $K(t)$ が増大する。一見 $K(t)$ が増大すると局所的に定義された $D(t)$ も増大するように考えられる。ところが実測してみると $D(t)$ と $K(t)$ は明瞭な逆相関を示すのである（もっともこの相関の正負はモデルに依存する）。これらのconfusingな結果を説明する簡単な見方もないわけではないが，より根底的な理解は今後の課題としたい。

Benard 対流における余次元2の遷移

広島大・理　八　幡　英　雄

前回に引き続き直方体容器に入れた流体を，下から加熱したとき発生するBenard 対流を記