○ハミルトニアン行列の乱雑さとエネルギーレベルの統計的性質

早大理工　首藤啓，東工大理　松下利樹

12月6日　午後

○一次元ランダム系の統計的性質

早大理工　相沢洋二，首藤啓，胡桃薫，

新潟大工　合田正毅

○量子カオス ―― 波動関数の時間的振舞い ――

KEK　湯川哲之

○カオスにおける量子古典対応の回復とその問題点

京大理　足立聡，戸田幹人

京大基研　池田研介

不安定性と減衰を伴う多重共鳴相互作用におけるモード選択

京大・理　　村　上　洋　一

エネルギーの出入のある系における平衡状態の特徴づけに興味を持っている。それとの関連で次の問題を取り上げる：「少数自由度のもとでストレンジアトラクタを示す系は，自由度の増加に伴いどのように変化するか？」一般的な解答は不可能なので，題目に述べた系について数値計算を行った結果を報告する。

まず，式を書く。

$$
\begin{cases}
\mathrm{d}A_1/\mathrm{d}t = -\mathrm{i}S_1A_2^*A_3^*\exp(\mathrm{i}\Delta\omega_1 t) - \mathrm{i}S_2A_4^*A_5^*\exp(\mathrm{i}\Delta\omega_2 t) + T_1A_1 \\
\mathrm{d}A_2/\mathrm{d}t = \mathrm{i}S_1A_3^*A_1^*\exp(\mathrm{i}\Delta\omega_1 t) - T_2A_2 \\
\mathrm{d}A_3/\mathrm{d}t = \mathrm{i}S_1A_1^*A_2^*\exp(\mathrm{i}\Delta\omega_1 t) - T_3A_3 \\
\mathrm{d}A_4/\mathrm{d}t = \mathrm{i}S_2A_5^*A_1^*\exp(\mathrm{i}\Delta\omega_2 t) - T_4A_4 \\
\mathrm{d}A_5/\mathrm{d}t = \mathrm{i}S_2A_1^*A_4^*\exp(\mathrm{i}\Delta\omega_2 t) - T_5A_5
\end{cases}
$$

ここでで，A_k ($k=1\sim5$) は複素振幅で，S_1, S_2，$\Delta\omega_1$，$\Delta\omega_2$ は実定数で，T_k は正の定数

である。この式は次のような状況を記述する。ある系において，弱い不安定性を持つ波（臨界不安定波を考えている）$\exp[\,i\,(k_1 x - \omega_1 t)]$ が２つの３波共鳴の条件，即ち，$k_1 + k_2 + k_3 = 0$，$\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = \varDelta\omega_1$ と，$k_1 + k_4 + k_5 = 0$，$\omega_1 + \omega_4 + \omega_5 = \varDelta\omega_2$ を満たし，他の波はすべて減衰している（図１）。

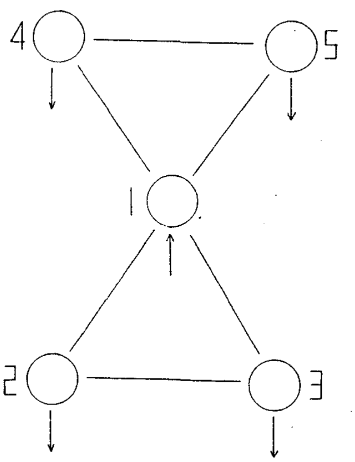

図１　概念図
↑…不安定性，↓…減衰

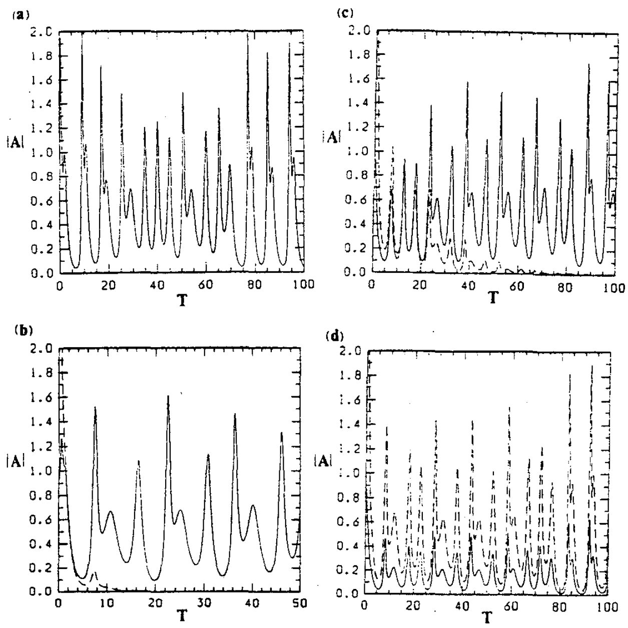

図２　時間発展
$|A_2|$ …実線，$|A_3|$ …破線
(a) １～３のみ　(b) $S_2/S_1 = 0.75$
(c) 0.95　(d) 1

１つのトライアッドについては，数値的に研究されており，（引用文献1, 2）あるパラメータの範囲でストレンジアトラクタが見つけられている。カオス発生のルートについても調べられている。

２つのトライアッドが形成されるのは，まれのように見える。しかし，取り扱う波を一方向に進行するものに限定しなければ，トライアッドが複数になるのはむしろ自然で，今まで取り扱いを簡単にするために無視していたとも言える。ケルヴィン＝ヘルムホルツ流においては，臨界不安定波は中立波と無限個のトライアッドを作ることが示されている（引用文献３）。

さて，問題に戻る。まず，１～３の波だけを考え，ストレンジアトラクタができるようにする（図２(a)）。　次に，４と５の波を加える。このとき，$T_2 = T_4$，$T_3 = T_5$，$\varDelta\omega_1 = \varDelta\omega_2$ そして，$S_1 > S_2$ とする。非線形結合の相対的な強さをパラメータとするわけである。$S_2/S_1 = 0.75$ の場合，４と５の波はすぐ０になってしまう。（図では，比較のため２と４のみ，図２(b)）S_2/S_1 を１に近づけると（0.95），加えた波は振動を続ける期間が少し長くなるが，最後は０になる（図２(c)）。　もちろん，$S_2 = S_1$ の場合は，すべての波が振動を続ける（図２(d)）。いろいろなパラメータおよび初期条件で数値計算を行ったが，同様の結果を得た。

非線形結合の少しでも強い方にすべてのエネルギーが集まることがわかった。この例につい

ては，非線形相互作用をしている波すべてにエネルギーが分配されるという考えは，あてはまらない。同様にトライアッドを増やしても同じ結果が得られることが期待される。

まとめると，

1. 保存系の場合，共鳴している波すべてにエネルギーは分配されるが，減衰のある場合はそうならない。つまり，モードの選択が生じる。
2. 1つのトライアッドで構成されるストレンジアトラクタは，付加された波に影響されないという意味で構造安定になっている（波の付加のし方を限定しているが）。

応用（関連）として

1. 乱流への応用。直接の関係はないが，この例から考えると，減衰率の少しの違い（非線形結合を固定するとこうなる）が，エネルギーの流れ方を決定的にかえている。今まで，乱流の慣性小領域では，非線形項が主要な役割りをしていると考えられていたが，慣性小領域での粘性の効き方が，エネルギートランスファのつり合いを考える際，重要な役割りをしている可能性がある。それを調べるためには，例えば，次のようするとよいだろう。慣性領域を表している数値計算を行い，さらにその領域の粘性を0として再度数値計算を行う。各々の平衡状態の比較をするのは，興味深いと思われる。

参考文献

1) J. M. Wersinger et al.: Phys. Fluids **23** (1980) 1142.
2) C. Meunier et al.: Physica **4D** (1982) 236.
3) Y. Murakami: J. P. S. J. (1986) 1894.

パルス相互作用によるカオス記述の可能性について

京大・理　川原琢治，藤　定義

1. はじめに

分散性および不安定性・散逸性を最も簡単な形で含む非線形発展方程式

$$u_t + uu_x + \alpha u_{xx} + \beta u_{xxx} + \gamma u_{xxxx} = 0$$
$$(\alpha,\ \beta,\ \gamma > 0) \tag{1}$$