$$= \varepsilon\,[\,F_m(\vec{X}(\vec{a},\ t),\ t\,)\,P_m(\,\Gamma,\ \vec{x}(\vec{a},\ t\,))-B_m(\vec{a},\ t\,)\,] \tag{28}$$

となるので右辺は$\varepsilon\to 0$で0となる。それゆえ，非平衡統計アンサンブル$f(\,\Gamma,\ t\,)$は$B_m(\vec{a},t\,)$の汎関数と考えてよく［$\varepsilon\to 0$で]，たとえば，

$$f(\,\Gamma,\ t\,)=Q^{-1}(\,t\,)\exp\ [\,-\int \mathrm{d}\,\vec{a}\sum_m B_m(\vec{a},\ t\,)\,] \tag{29}$$

とおくと，

$$\begin{aligned} B_m(\,\vec{a},t\,) &= F_m(\vec{x}(\vec{a},\ t),\ t\,)\,P_m(\Gamma,\ \vec{x}(\vec{a},\ t\,)) \\ &\quad -\int_{-\infty}^{0}\mathrm{d}\,t_1\,\mathrm{e}^{\varepsilon t_1}\frac{\partial}{\partial_1}\{\,F_m(\vec{x}(\vec{a},\ t+t_1),\ t+t_1) \\ &\quad\quad P_m(\,\Gamma(\,t_1),\ \vec{x}(\vec{a},\ t+t_1\,))\,\} \end{aligned} \tag{30}$$

と書けることから$B_m(\,\vec{a},\ t\,)$の第1項が局所平衡分布を与えることがわかる。

V．まとめ

Lagrange 描像に基く局所平衡の仮定の熱力学の表式に適合する局所平衡分布の形を決め，また，主要部分としてこの局所平衡分布をあらわすような非平衡統計アンサンブルを求めた。平衡の近傍では，線形応答を与える。その際，$\vec{u}\to 0$とするので，$\vec{x}(\vec{a},t\,)\to\vec{a}$となり Zubarev の定式化と一致する[2]。

文　献

1）ズバーレフ「非平衡統計熱力学下」（久保亮五監訳　丸善　1977年）
2）詳しい計算は，東工大における講義録「非平衡統計物理学」，イリノイ大学における講義録「Nonequilibrium Statistical Mechanics」がありますので御希望の方にお送り致します。

散逸のある場の量子論と非平衡統計力学

筑波大・物理　有 光 敏 彦

§1．はじめに

散逸のある場の量子論と称して，過渡的非平衡現象を場の量子論的な方法論を用いて系統的に扱える様な，新しい場の量子論の体系を調べてきた[1-22)]。その動機と位置付けを，統計力学の立場から紹介したい。

まず，分布関数 $P(q,t)$ に対する古典的なマスター方程式

$$\partial_t P(q,t)=\sum_{q'} w(q\leftarrow q')P(q',t)-\sum_{q'} w(q'\leftarrow q)P(q,t), \qquad (1.1)$$

を考えてみよう。遷移確率 $w(q\leftarrow q')$は，ある粗視化によって求まるべき量である。つまり，微視的なハミルトニアンが与えられれば，原理的には算出される。しかし，微視的な知識がなくても，定常分布関数 $P_{\rm eq}(q)$ の形がわかっていれば，（1．1）の右辺第1項と第2項のバランスは知ることができる。巨視的詳細つり合いにより

$$w(q\leftarrow q')P_{\rm eq}(q')=w(q'\leftarrow q)P_{\rm eq}(q), \qquad (1.2)$$

が成立するからである。両辺を $w(q\mid q')P_{\rm eq}^{1/2}(q)P_{\rm eq}^{1/2}(q')$ に等しいと置くことにより，

$$w(q\leftarrow q')=w(q\mid q')P_{\rm eq}^{1/2}(q)P_{\rm eq}^{-1/2}(q'), \qquad (1.3)$$

を得る。定義より，$w(q\mid q')=w(q'\mid q)$ を満たす。（1．3）を（1．1）に代入すると，

$$\begin{aligned}\partial_t P(q,t)=&\sum_{q'} w(q\mid q')P_{\rm eq}^{1/2}(q)P_{\rm eq}^{-1/2}(q')\\ &\times[P(q',t)-P_{\rm eq}(q')P_{\rm eq}^{-1}(q)P(q,t)],\end{aligned} \qquad (1.4)$$

となり，かぎカッコ内を見るとわかる様に，$P_{\rm eq}(q)$ により2項のバランスが与えられている。よく使われる例として，$P_{\rm eq}(q)\sim\exp[-\beta F(q)]$ がある。ただし，β^{-1} は最終状態での系の温度である（$k_{\rm B}=1$）。なお，$w(q\mid q')$の表式は，微視的な計算によらなければ求められない。

以上のよく知られた議論を心にとめておいていただいた上で，以下その量子論への拡張を行なうことにする。

§2．減衰理論と焼き直し規則

減衰理論[23-29)]によって粗視化（熱浴の自由度を消去する）を行なうと，注目している系の密度演算子 $\rho(t)$ に対して[30)]

$$\partial_t\rho(t)=-{\rm i}\,H_S^{\times}\rho(t)+\Pi\rho(t), \qquad (2.1)$$

が得られる。ただし，$H_S = \omega a^\dagger a$，

$$\Pi X = \kappa ([a, Xa^\dagger] + [aX, a^\dagger]) + 2\kappa\bar{n} [a, [X, a^\dagger]_\sigma], \tag{2. 2}$$

$$\kappa + i\Delta = g^2 \int_0^\infty dt\, e^{i\omega t} < [R(t), R(0)]_\sigma >_R, \tag{2. 3}$$

$$\kappa\bar{n} = g^2 \mathcal{R}e \int_0^\infty dt\, e^{i\omega t} < R^\dagger(0) R(t) >_R, \tag{2. 4}$$

$$\bar{n} = (e^{\beta\omega} - \sigma)^{-1}, \tag{2. 5}$$

である。簡単のために，量子力学的調和振動子１つが，熱浴と強さ g で線形で散逸的相互作用している模型[31-33]を，van Hove limit[34]で扱っている。$[A, B]_\sigma = AB - \sigma BA$，ただし，ボゾン（フェルミオン）のとき $\sigma = 1\ (-1)$ であり，$[a, a^\dagger]_\sigma = 1$ を満たす。R は熱浴の演算子を表わし，$<\cdots>_R$ は温度 β^{-1} での熱浴に関するカノニカル平均である。また，$A^\times B = AB - BA$[35] である。（２．１）の導出にあたって，注目している系と熱浴の初期相関はないものとした。

（２．１）を，以下の議論で用いる熱空間[1-3]（Liouville 空間[36,37]に対応した空間）に焼き直すと[1,2]

$$\partial_t | O(t) > = - i \hat{H}_0 | O(t) >, \tag{2. 6}$$

となる。ただし，$| \rho(t) >$ を $| O(t) >$ と記し，

$$\hat{H}_0 = H_S - \tilde{H}_S + i\hat{\Pi}, \tag{2. 7}$$

$$\begin{aligned}\hat{\Pi} &= -\kappa [(1 + 2\sigma\bar{n}) (a^\dagger a + \tilde{a}^\dagger \tilde{a}) - 2 (1 + \sigma\bar{n}) \tilde{a} a \\ &\qquad - 2\bar{n} \tilde{a}^\dagger a^\dagger] - 2\kappa\bar{n} \\ &= -\kappa (\bar{a}^\mu A^{\mu\nu} a^\nu - \sigma),\end{aligned} \tag{2. 8}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 + 2\sigma\bar{n} & -2\bar{n} \\ 2\sigma (1 + \sigma\bar{n}), & -(1 + 2\sigma\bar{n}) \end{pmatrix} \tag{2. 9}$$

である。（２．８）では熱的２重項

$$a^\mu : a^1 = a, \quad a^2 = \tilde{a}^\dagger \qquad \bar{a}^\mu : \bar{a}^1 = a^\dagger, \quad \bar{a}^2 = -\sigma\tilde{a} \tag{2. 10}$$

を導入した。κ や $\overline{n}$ は，（２．３）～（２．５）で与えられる。

焼き直し規則[1, 2]で導入されたtilde共役は，次の規則に従うものとする[38-41]。

$$(AB)^{\sim} = \widetilde{A}\widetilde{B}, \qquad (2.11\,a)$$

$$(c_1 A + c_2 B)^{\sim} = c_1^* \widetilde{A} + c_2^* \widetilde{B}, \qquad (2.11\,b)$$

$$\widetilde{A}^{\dagger} = (A^{\dagger})^{\sim}, \qquad (2.11\,c)$$

$$(\widetilde{A})^{\sim} = \sigma A. \qquad (2.11\,d)$$

ここで，A と B は演算子，c_1 と c_2 は c－数である。散逸を考えない場合，Liouville 空間では２種類の演算子（ここでの a と $\widetilde{a}$）を導入すると，Hilbert空間と同様の取扱いができることは知られており[42]，ある焼き直し規則を作るとその２種類の演算子が，熱平衡系の Thermo Field Dynamics（ＴＦＤ）[38-41]で導入されたものと対応することが，Schmutz[43] によって調べられていた。文献１，２では散逸も考慮に入れて，それを整備，拡張した。

（２．１）を（２．６）に焼き直すと，（２．２）にある様な演算子 a と密度演算子 $\rho(t)$ とのからみ合いが，ほどけていることに注意していただきたい。従来，非平衡開放系を Liouville 空間で扱う場合，コヒーレント表示（ボゾン[44, 45]やスピン[46, 47]の）を導入することで行っていたことを（たとえば，文献48－62参照），演算子のまま行なえる様になった訳である。

この節での取り扱いは，前節との関連でみると，(2.3)は，微視的な計算によって $w(q|q')$ の表式を求めたことに対応している。

§３．７つの基本的要請による方法

前節の量子力学的模型を，詳細つり合い（１。２）より（１．４）を導出した手続に対応した方法で扱ってみよう。そのためには，次の７つの基本的要請によればよい[3]。

A１．Schrödinger 表示での熱真空（thermal vacuum）ケットベクトル $|O(t)>$ は，Schrödinger 方程式

$$\partial_t\,|O(t)> = -\mathrm{i}\hat{H}\,|O(t)>, \qquad (3.1)$$

を満たす。

A２．$\hat{H}$ は Tildian である。つまり

$$(\mathrm{i}\hat{H})^{\sim} = \mathrm{i}\hat{H}, \tag{3.2}$$

を満たす。

A 3. 熱真空ブラベクトル$<1|$は,

$$<1|\hat{H} = 0, \tag{3.3}$$

を満たす。

A 4. 熱真空ブラベクトルの熱状態条件(thermal state condition)。

$$<1|a^{\dagger} = <1|\tilde{a}. \tag{3.4}$$

A 5. 定常状態の存在。

$$\hat{H}|O(\infty)> = 0. \tag{3.5}$$

A 6. 定常状態に対する熱状態条件。その非摂動部分は

$$a|O(\infty)>_0 = \bar{f}\tilde{a}^{\dagger}|O(\infty)>_0, \tag{3.6}$$

で与えられる。ただし, $|O(\infty)>_0$は, 非摂動の定常熱真空ケットベクトルである。

A 7. 初期状態に対する熱状態条件。その非摂動部分は

$$a|0> = f\tilde{a}^{\dagger}|0>, \tag{3.7}$$

で与えられる。ただし, $|0> = |O(t_0)>$で, t_0は初期時刻とする。

演算子$\hat{A}$の期待値は, $<1|\hat{A}|O(t)>$で与えられるものとする。A 3は確率の保存$\partial_t <1|O(t)> = 0$に他ならない。$<1|^{\sim} = <1|$及び$|0>^{\sim} = |0>$を課す。後者は, A 1, A 2により$|O(t)>^{\sim} = |O(t)>$を導く。これは, 密度演算子がHermitianであることに対応している。A 6, A 7の$\bar{f}$とfは, 正の実数で, それぞれ定常状態と初期状態の設定により与えられる量である。

ここで

$$\partial_t \hat{S}(t) = -\mathrm{i}\hat{H}\hat{S}(t), \quad \hat{S}(0) = 1, \tag{3.8}$$

を導入すると, A 1より

$$|O(t)> = \hat{S}(t)|0>, \tag{3.9}$$

である。また，A 3より

$$<1|\hat{S}^{-1}(t)=<1|, \tag{3.10}$$

である。これより，期待値$<1|\hat{A}|O(t)>=<1|\hat{A}(t)|0>$を通じて，Heisenberg演算子

$$\hat{A}(t)=\hat{S}^{-1}(t)\hat{A}\hat{S}(t), \tag{3.11}$$

を導入することができる。Heisenbergの運動方程式は

$$\partial_t \hat{A}(t)=\mathrm{i}\,[\hat{H},\ \hat{A}(t)], \tag{3.12}$$

である。

さて，前節の量子力学的調和振動子1個の例題を，実際に扱ってみよう[3]。この場合，$\hat{H}$は双線形で，それを$\hat{H}_0$と記すことにすると

$$\hat{H}_0=h_1 a^{\dagger}a+h_2\tilde{a}^{\dagger}\tilde{a}+h_3\tilde{a}a+h_4\tilde{a}^{\dagger}a^{\dagger}+h_0, \tag{3.13}$$

で与えられるはずである。 ただし，$h_j=h_j'+\mathrm{i}h_j''$で，h_j'とh_j''は実数である。A 2～A6を用いると，簡単な演算子代数により，(2. 7)～(2. 9)の結果が得られる[3]。ただし，

$$\overline{n}=(\overline{f}^{-1}-\sigma)^{-1}, \tag{3.14}$$

κは非負の実数である。必要な演算子代数は，カノニカル交換関係

$$[a^{\mu},\ \overline{a}^{\nu}]_{\sigma}=1, \tag{3.15}$$

である。なお，$h_1'=\omega$，$h_3''-h_4''=2\kappa$により実数ωとκを導入した。Heisenberg運動方程式より，$n(t)=<1|a^{\dagger\dagger}(t)\,a(t)|0>$は，

$$\partial_t n(t)=-2\kappa\,[n(t)-\overline{n}], \tag{3.16}$$

を満たすことがわかる。ただし，$\dagger\dagger$演算は

$$a^{\dagger\dagger}(t)=\hat{S}^{-1}(t)\,a^{\dagger}\hat{S}(t), \tag{3.17}$$

で定義される。$\kappa\neq 0$の場合は，$\hat{S}(t)$がユニタリー演算子でないので，$a^{\dagger\dagger}(t)\neq[a(t)]^{\dagger}$

である。

定常状態が，温度β^{-1}のカノニカル分布のときには，$\bar{f}=e^{-\beta\omega}$であるので，ここでの結果は，（2．6）～（2．9），（2．5）と完全に一致する。ただし，κの表式はまったく不明である。これは，§1で$w(q\mid q')$の表式が詳細つり合いだけからは求まらなかった事情と同じである。（2．9）の各成分の間のバランスは，KMS[35, 63]条件に対応している。（1.3）右辺の2項と同様のバランスである。

式（3．13）の$\hat{H}_0$を用い，A1とA7により系の運動を扱うと，多時間関数に対する母汎関数が$\bar{f}=e^{-\beta\omega}$の場合に，Schwinger[32]のものと一致することがわかる[4]。ただし，初期状態に対する熱状態条件は，初期相関[64]を無視した（3．7）を用いる。この$\hat{H}_0$に基づいて，散逸のあるsemi-freeな場に対するcanonical formalismが作られた[7, 10, 14, 15]。また，系の対称性が初期と終状態で違っている場合を扱い，第0近似でオーダーパラメーターの時間発展を求めた[6, 8]。これは，レーザー基礎方程式を系統的に導出するのにも，応用された[18]。その際，A1～A7がスピン系に拡張され用いられた[17]。

式（3．13）の$\hat{H}_0$を求める時，定常状態に対する熱状態条件の非摂動部分（3．6）を用いた。系の内部に非線形な相互作用がある場合にも，$\hat{H}$を求めるのに非摂動部分（3．6）を用いると，結果はconventionalな扱いの減衰理論によるものと一致する。Rigorousな扱いの減衰理論[29, 48, 49, 61, 65]に対応した$\hat{H}$を求めるためには，真の定常熱真空ケットベクトル$|O(\infty)\rangle$に対する熱状態条件を用いる必要がある[19, 21, 66]。終状態が温度β^{-1}のカノニカル分布で与えられる場合を例にとると，$|O(\infty)\rangle$に対する熱状態条件は

$$a\,|O(\infty)\rangle=e^{-\beta\omega}\,\tilde{U}^{-1}(\beta)\,\tilde{a}^{\dagger}\,\tilde{U}(\beta)\,|O(\infty)\rangle, \tag{3.18}$$

で与えられる。ただし，

$$U(\beta)=T_{\tau}\exp\left[\int_0^{\beta}d\tau\,\lambda H_1(\tau)\right], \tag{3.19}$$

$$H_1(\tau)=e^{-\tau H_0}H_1 e^{\tau H_0}, \tag{3.20}$$

で，H_0とλH_1はそれぞれ系の自由と相互作用部分のハミルトニアンである。なお，真の熱真空ケットベクトルと非摂動のそれは，

$$|O(\infty)\rangle=U^{-1}(\beta)\,|O(\infty)\rangle_0\frac{1}{\langle 1\,|U^{-1}(\beta)\,|O(\infty)\rangle_0} \tag{3.21}$$

の関係で結ばれている。

ここまでは，マルコフ過程に対応した系の取り扱いであった。非マルコフ過程に対応した非平衡過渡現象を扱うには，時間に依存したくり込み理論が必要になる[6,8]。そのために，ここまでの議論が拡張，整備されている[9-15,22]。そこでは，相互作用表示が用いられ，各時刻の時間推進演算子（ハミルトニアン）$\hat{H}_t$ は，physical particleの粒子数の時間発展とconsistentに決められる[9-11]。ハミルトニアンは一般に時間に依存するので，下付きの t を添えて，$\hat{H}_t$ と記した。系の時間発展をdynamicalに決定する枠組みになっており，前節でのkinematicalな枠組みとは，その意味でも一歩進んだものと言えよう。

ところで，先にも述べたが，我々の体系での多時間関数は，Schwinger[32]のものと同等である。従って，closed time pathによるGreen関数法は，演算子formalismである我々の体系によって，一段階深いところから基礎付けられたと言える訳であるが，と同時にclosed time path法により発展している量子輸送現象の体系を，我々の体系に取り込むことを可能にしたのである。ちなみに，我々の体系でのHeisenberg表示の2点関数は，

$$G_{kl}(t,s)^{\mu\nu} = -\mathrm{i}\langle 1 | \mathrm{T}\,[\,a_k(t)^{\mu}\,\bar{a}_l(s)^{\nu}\,]\,|0\rangle, \tag{3.22}$$

で与えられる[4]。ただし，Heisenberg 演算子に対する熱的2重項を，（2.10）と同様に定義した。つまり，（2.10）で $a \to a(t)$，$\tilde{a}^{\dagger} \to \tilde{a}^{\dagger\dagger}(t)$ の置き変えをした。式（3.17）の下で述べた様に，一般には $a^{\dagger\dagger}(t) \neq [\,a(t)\,]^{\dagger}$ である。また，$|O\rangle = |O(t_0)\rangle$ である。一方，closed time path法による，Schwinger[32]やKeldysh[67]の2点関数は，

$$\bar{G}_{kl}(t,s) = -\mathrm{i}\langle \mathrm{T}_c\,[\,a_k(t)\,a_l^{\dagger\dagger}(s)\,]\rangle, \tag{3.23}$$

で与えられる。ただし，T_c はclosed time pathに添ったtime ordering演算子であり，$\langle\cdots\rangle$ は初期状態についての期待値を表わす。正方向時間軸と負方向時間軸に関しての2×2マトリックス表現を導入すると[32,67]（3.22）と（3.23）は

$$\bar{G} = I_\sigma \tau_3 G I_\sigma, \tag{3.24}$$

の関係で結ばれている[4]。ここに

$$I_\sigma = \begin{pmatrix} 1, & 0 \\ 0, & -\sigma \end{pmatrix}, \qquad \tau_3 = \begin{pmatrix} 1, & 0 \\ 0, & -1 \end{pmatrix}, \tag{3.25}$$

である。

§4. 輸送方程式との関係

簡単のため，Schrödinger 型（タイプ1）の場に話しを限ることにする。熱真空$\langle 1|$に対して

$$\langle 1|\phi(1)=\langle 1|\tilde{\phi}^{\dagger\dagger}(1) \tag{4.1}$$

を満たす場を考える。この場の熱的2重項表示

$$\begin{aligned}&\phi(1)^{\mu}:\ \phi(1)^{1}=\phi(1),\quad \phi(1)^{2}=\tilde{\phi}^{\dagger\dagger}(1)\\ &\bar{\phi}(1)^{\mu}:\ \bar{\phi}(1)^{1}=\phi^{\dagger\dagger}(1),\quad \bar{\phi}(1)^{2}=-\sigma\tilde{\phi}(1)\end{aligned} \tag{4.2}$$

を導入すると，同時刻交換関係は

$$[\phi(1)^{\mu},\ \bar{\phi}(1')^{\nu}]_{\sigma}\delta(t_1-t_1')=\delta^{\mu\nu}\delta(1-1'), \tag{4.3}$$

となる。また，

$$[\tilde{\phi}(1)]^{\sim}=\sigma\phi(1), \tag{4.4}$$

である。

場$\phi(1)^{\mu}$の2点関数

$$G(1,1')^{\mu\nu}=-i\langle 1|T[\phi(1)^{\mu}\bar{\phi}(1')^{\nu}]|0\rangle, \tag{4.5}$$

は，Dyson方程式

$$\int d2\,\Gamma(1,2)^{\mu\tau}G(2,1')^{\tau\nu}=\delta^{\mu\nu}\delta(1-1'), \tag{4.6}$$

を満たす。ここで，4元ベクトル

$$X=(\underset{\sim}{x},\ it)=\frac{1}{2}(1+1'), \tag{4.7a}$$

$$\xi=(\underset{\sim}{\xi},\ i\tau)=1-1', \tag{4.7b}$$

$$k=(\underset{\sim}{k},\ ik_0), \tag{4.7c}$$

を導入し，Wigner 表示

$$G(X,\ k)^{\mu\nu}=\int d\xi\, e^{-ik\xi}G(1,1'), \tag{4.8}$$

に移ると，（4．2）は

$$\Gamma \otimes G(X,\ k) = 1, \tag{4.9}$$

となる。ここに，

$$F \otimes G(X,\ k) = \exp\left[\frac{\mathrm{i}}{2}(\partial_X^F \partial_k^G - \partial_k^F \partial_X^G)\right] F(X,\ k) G(X,\ k), \tag{4.10}$$

$$\partial_X = (\underset{\sim}{\nabla}_{\underset{\sim}{x}},\ -\mathrm{i}\,\partial_t),\ \text{etc.} \tag{4.11}$$

であり，熱的2重項の添字 μ，ν は省略した。

関数 $D(X,\ k)$，$\lambda(X,\ k)$，$\kappa(X,\ k)$ を

$$\Gamma = \begin{pmatrix} D, & 0 \\ 0, & D \end{pmatrix} + \mathrm{i} \begin{pmatrix} \lambda, & -\sigma(\lambda - \kappa) \\ \sigma(\lambda + \kappa), & -\lambda \end{pmatrix}, \tag{4.12}$$

により導入すると，

$$[D \underset{,}{\otimes} 2\sigma n] + \mathrm{i}\ \{\kappa \underset{,}{\otimes} 1 + 2\sigma n\} = 2\,\mathrm{i}\lambda, \tag{4.13}$$

を得る。ただし，$n(X,\ k)$ は

$$G^{\mathrm{C}}(X,\ k) = G^{\mathrm{R}} \otimes (1 + 2\sigma n)(X,\ k)$$

$$-(1 + 2\sigma n) \otimes G^{\mathrm{A}}(X,\ k), \tag{4.14}$$

で定義した。

関数 G^{R}，G^{A}，G^{C} は

$$G^{\mathrm{R}} = G^{\mathrm{F}} - G^{<} = G^{>} - G^{\widetilde{\mathrm{F}}}, \tag{4.15a}$$

$$G^{\mathrm{A}} = G^{\mathrm{F}} - G^{>} = G^{<} - G^{\widetilde{\mathrm{F}}}, \tag{4.15b}$$

$$G^{\mathrm{C}} = G^{\mathrm{F}} + G^{\widetilde{\mathrm{F}}} = G^{<} + G^{>}, \tag{4.15c}$$

で定義され，（4．5）の各成分とは

$$G(1,\ 1')^{11} = -\mathrm{i} < 1\,|\,\mathrm{T}[\phi(1)\,\phi^{\dagger\dagger}(1')]\,|\,0> = G^{\mathrm{F}}(1,\ 1'), \tag{4.16a}$$

$$G(1,\ 1')^{12} = \mathrm{i}\,\sigma < 1\,|\,\phi^{\dagger\dagger}(1')\,\phi(1)\,|\,0> = -\sigma G^{<}(1,\ 1'), \tag{4.16b}$$

$$G(1,\ 1')^{21} = -\mathrm{i} < 1\ |\ \phi(1)\ \phi^{\dagger\dagger}(1')\ |\ 0 > = \sigma G^{>}(1,\ 1'), \qquad (4.16\mathrm{c})$$

$$G(1,\ 1')^{22} = \mathrm{i} < 1\ |\ \widetilde{\mathrm{T}}\ [\ \phi(1)\ \widetilde{\phi}^{\dagger\dagger}(1')\ ]\ |\ 0 > = -G^{\widetilde{\mathrm{F}}}(1,\ 1'), \qquad (4.16\mathrm{d})$$

で関係している。これらの関係は，$\theta(t)$ 関数の性質と，tilde, non-tilde 場の間の σ 可換性，それと（4．1）より導かれる。なお，

$$G^{\mathrm{R}}(X,\ k)^{-1} = D(X,\ k) + \mathrm{i}\,\kappa(X,\ \kappa), \qquad (4.17\mathrm{a})$$

$$G^{\mathrm{A}}(X,\ k)^{-1} = D(X,\ k) - \mathrm{i}\,\kappa(X,\ k), \qquad (4.17\mathrm{b})$$

である。

式（4。12）の Γ を，D，κ，n で表わすと，

$$\Gamma^{\mu\nu} = D\delta^{\mu\nu} + \mathrm{i}\,\Xi^{\mu\nu} \qquad (4.18)$$

$$\Xi(X,\ k)^{\mu\nu} = \frac{1}{2}\{\kappa \underset{,}{\otimes} A^{\mu\nu}\}(X,\ k) - \mathrm{i}\,[D \underset{,}{\otimes} \sigma n](X,\ k)\,\tau^{\mu\nu}, \qquad (4.19)$$

ここに，

$$A(X,\ k) = \begin{pmatrix} 1 + 2\sigma n(X,\ k), & -2\sigma n(X,\ k) \\ 2\sigma[1 + \sigma n(X,\ k)], & -[1 + 2\sigma n(X,\ k)] \end{pmatrix}, \qquad (4.20)$$

$$\tau = \begin{pmatrix} 1, & -\sigma \\ \sigma, & -1 \end{pmatrix}, \qquad (4.21)$$

である。式（4.20）の A の構造は，（2。9）のそれと同じであることに注意していただきたい。

ここで，proper self-energy を

$$\Gamma^{\mu\nu} = D_0\,\delta^{\mu\nu} - \Sigma^{\mu\nu}, \qquad (4.22)$$

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \Sigma^{\mathrm{F}}, & -\sigma\Sigma^{<} \\ \sigma\Sigma^{>}, & -\Sigma^{\widetilde{\mathrm{F}}} \end{pmatrix} \qquad (4.23)$$

で導入すると，未知関数 $\delta D = D - D_0$， κ， n に対する式

$$[D \underset{,}{\otimes} 2\sigma n](X, k) + \mathrm{i}\{\kappa \underset{,}{\otimes} (1 + 2\sigma n)\}(X, k)$$

$$= -(\Sigma^{>} + \Sigma^{<})(X, k), \tag{4.24a}$$

$$2\kappa(X, k) = \mathrm{i}(\Sigma^{>} - \Sigma^{<})(X, k), \tag{4.24b}$$

$$\delta D(X, k) = -\frac{1}{2}(\Sigma^{\mathrm{F}} - \Sigma^{\widetilde{\mathrm{F}}})(X, k), \tag{4.24c}$$

を得る。第１式は輸送方程式，第２式は κ に対する Self-consistent 方程式，第３式は“質量”のくり込みに対応している。

なお，スペクトル関数

$$\rho(X, k) = \mathrm{i}(G^{>} - G^{<})(X, k)$$

$$= (D + \mathrm{i}\kappa)^{-1} 2\kappa (D - \mathrm{i}\kappa)^{-1}(X, k), \tag{4.25}$$

は，和則

$$\int \mathrm{d}k_0\, \rho(X, k) = 1 \tag{4.26}$$

を満たす。

準粒子のエネルギースペクトルを，$D(X, k) = 0$ の解，$k_0 = \omega(X, \underset{\sim}{k})$ととり，gradient 近似をすると，(4.13) は

$$(\partial_t + \underset{\sim}{v} \cdot \underset{\sim}{\nabla}_{\underset{\sim}{x}} - \underset{\sim}{\nabla}_{\underset{\sim}{x}}\omega \cdot \underset{\sim}{\nabla}_{\underset{\sim}{k}})\sigma n = Z[\lambda - \kappa(1 + 2\sigma n)], \tag{4.27}$$

ただし，

$$n = n[X, \underset{\sim}{k}, \omega(X, \underset{\sim}{k})], \tag{4.28}$$

$$\underset{\sim}{v} = \underset{\sim}{\nabla}_{\underset{\sim}{k}}\, \omega(X, \underset{\sim}{k}), \tag{4.29}$$

であり，波動関数のくり込み定数

$$Z^{-1}(X, \underset{\sim}{k}) = \partial_{k_0} D(X, k)\Big|_{k_0 = \omega(X, \underset{\sim}{k})} \tag{4.30}$$

を用いた。

空間的に一様な場合に限ったのが，refs. 9－15，22の議論である。ただし，そこでは，量子化された場のcanonical formalismの定式化が，相互作用表示でなされた[10,14,15]。

さらに，ωやκが時間に依らない場合に限り，$\lambda=\kappa(1+2\sigma\bar{n})$としたのが，§3の議論である。式(4.27)は，(3.16)となり($Z=1$として)，§2の焼き直し規則により減衰理論によるマスター方程式との対応も見易い。

§5．おわりに

前節の議論より，physical particle粒子数の時間発展とconsistentに$\hat{H}_t$を決める手続[9-11]は，準粒子近似によるkinetic方程式の構造を利用したことに対応していることがわかる。この近似の範囲での空間依存性の問題や，より一般的なkinetic方程式を取り込む問題は目下進行中である。

ここで紹介した様に，従来とは違った視点で散逸の問題を扱い，散逸のある場に対しても，そのcanonical formalismが存在することを発見した。これを，前節の様なより一般的な場合までうまく拡張して，非平衡過渡現象を系統的に扱える理論が作れるかが，今後の大きな問題である。

最後に，refs. 9－13で提唱した『散逸の自発的発生』について一言述べて，終わりにしたいと思います。非平衡過渡現象では，初期状態から有限時間の現象が問題となるが，(4.24)がnon-zeroの$\kappa(X,\underset{\sim}{k})$を持ち，その表現空間が実現するということは，すべての粒子の1粒子状態が，何らかの連続スペクトルに埋もれていることに対応し，それがために系が定常状態へ，散逸しながら緩和してゆくというシナリオになる。系内の非線形相互作用が，内部摩擦まで記述し得るかという問題意識である。エルゴードの問題とも絡んだ，これも今後の大きな問題のひとつである。

参考文献

1) T. A. and H. Umezawa, Prog. Theor. Phys. **74** (1985) 429.
2) T. A. and H. Umezawa, Prog. Theor. Phys. **77** (1987) 32.
3) T. A. and H. Umezawa, Prog. Theor. Phys. **77** (1987) 53.
4) T. A., J. Pradko and H. Umezawa, Physica **135A** (1986) 487.
5) H. Umezawa and T. A., Bielefeld Encounters in Physics and Mathematics VII, *Path Integrals from meV to MeV*, ed. M. C. Gutzwiller et al. (World Scientific, Singapore 1986) pp.217–231.

6) H. Umezawa and T. A., Prog. Theor. Phys. Suppl. **86** (1986) 243.

7) T. A. and H. Umezawa, J. Phys. Soc. Jpn. **55** (1986) 1475.

8) T. A., Y. Sudo and H. Umezawa, J. Phys. Soc. Jpn. (1986) submitted.

9) T. A., M. Guida and H. Umezawa, Europhys. Lett. **3** (1987) 277.

10) T. A. and H. Umezawa, Proceedings of *Advances on Phase Transitions and Disordered Phenomena*, ed. G. Busiello et al. (World Scientific, Singapore 1987) pp. 483–504.

11) T. A., M. Guida and H. Umezawa, "Dissipative Quantum Field Theory —Thermo Field Dynamics—", Preprint, Univ. of Alberta (1986).

12) T. A., H. Umezawa, Y. Yamanaka and N. Papastamatiou, "Spontaneous Creation of Dissipation in Thermo Field Dynamics and Its Applications", Preprint, Univ. of Alberta (1986).

13) H. Umezawa and T. A., *The 2nd International Symposium on Foundations of Quantum Mechanics — In the Light of New Technology,* ed. M. Namiki et al. (Phys. Soc. Japan, Tokyo 1987) pp. 79–90.

14) H. Umezawa, Y. Yamanaka, I. Hardman and T. A., "The Thermally Dissipative Free Field and Canonical Formalism", Preprint, Univ. of Alberta (1987).

15) T. A., H. Umezawa and Y. Yamanaka, "Canonical Formalism of Dissipative Field in Thermo Field Dynamics", J. Math. Phys. (1987) in press.

16) M. Ban and T. A., "Thermo Field Dynamical Approach to Optical Dephasing", Physica A (1987) in press.

17) T. Tominaga, M. Ban, T. A., J. Pradko and H. Umezawa, "Spin Relaxation in terms of Thermo Field Dynamics", Preprint, Univ. of Tsukuba (1987).

18) T. Tominaga, T. A., J. Pradko and H. Umezawa, "A Derivation of Laser Master Equation in terms of Thermo Field Dynamics", Preprint, Univ. of Tsukuba (1987).

19) T. A., M. Ban, K. Yoshino and H. Umezawa, "Thermal State Condition and Damping Operator", Preprint, Univ. of Tsukuba (1987).

20) T. Tominaga, Doctor's Thesis, Univ. of Tsukuba (1986) unpublished.

21) M. Ban, Doctor's Thesis, Univ. of Tsukuba (1987) unpublished.

22) I. Hardman, H. Umezawa and Y. Yamanaka, "Time-Dependent Canonical Formalism of Thermally Dissipative Fields and Renormalization Scheme", Preprint, Univ. of Alberta (1987).

23) R. Kubo, *Lectures in Theoretical Physics,* Vol. I, ed. W. E. Brittin and L. G. Dunham (Interscience Publishers Inc., New York, 1959) p. 120.

24) S. Nakajima, Prog. Theor. Phys. **20** (1958) 948.

25) R. Zwanzig, J. Chem. Phys. **33** (1960) 1338.

26) F. Shibata, Y. Takahashi and N. Hashitsume, J. Stat. Phys. **17** (1977) 171.

27) S. Chaturvedi and F. Shibata, Z. Phys. **B35** (1979) 297.

28) F. Shibata and T. A., J. Phys. Soc. Jpn. **49** (1982) 1891.

29) T. A., J. Phys. Soc. Jpn. **51** (1982) 1720.

30) F. Haake, *Springer Tracts in Modern Physics,* ed. G. Höhler (Springer, 1973) vol. 66, p. 98.

31) R. P. Feynman, Phys. Rev. **84** (1951) 108.

32) J. Schwinger, J. Math. Phys. 2 (1961) 407.

33) R. P. Feynman and F. L. Vernon, Jr., Ann. of Phys. **24** (1963) 118.

34) L. van Hove, Physica **23** (1957) 441.

35) R. Kubo, J. Phys. Soc. Jpn. **12** (1957) 570.

36) U. Fano, Rev. Mod. Phys. **29** (1957) 74.

37) U. Fano, *Lectures on the Many-Body Problem,* ed. E. R. Caianiello (Academic Press, New York, 1964) p. 217.

38) L. Leplae, F. Mancini and H. Umezawa, Phys. Rep. **10C** (1974) 151.

39) Y. Takahashi and H. Umezawa, Collect. Phenom. 2 (1975) 55.

40) H. Matsumoto, Fortschr. Phys. **25** (1977) 1.

41) H. Umezawa, H. Matsumoto and M. Tachiki, *Thermo Field Dynamics and Condensed States* (North-Holland, 1982).

42) J. A. Crawford, Nuovo Cim. **10** (1958) 698.

43) M. Schmutz, Z. Phys. **B30** (1978) 97.

44) R. J. Glauber, Phys. Rev. **131** (1963) 2766.

45) G. S. Agarwal and E. Wolf, Phys. Rev. **D2** (1970) 2161, 2187, 2206.

46) Y. Takahashi and F. Shibata, J. Phys. Soc. Jpn. **38** (1975) 656.

47) Y. Takahashi and F. Shibata, J. Stat. Phys. **14** (1976) 49.

48) T. A., Y. Takahashi and F. Shibata, Physica **100A** (1980) 507.

49) T. A., Physica **104A** (1980) 126.

50) T. A., J. Phys. Soc. Jpn. **51** (1982) 379.

51) T. A. and F. Shibata, J. Phys. Soc. Jpn. **51** (1982) 1070.

52) F. Shibata, T. A. and Y. Hamano, J. Phys. Soc. Jpn. **51** (1982) 2075.

53) T. A. and T. Tominaga, J. Phys. Soc. Jpn. **51** (1982) 3100.

54) T. A. and F. Shibata, J. Phys. Soc. Jpn. **52** (1983) 772.

55) T. A. and M. Ban, J. Phys. Soc. Jpn. **53** (1984) 74.

56) T. A. and M. Ban, J. Phys. Soc. Jpn. **53** (1984) 76.

57) T. Tominaga and T. A., J. Phys. Soc. Jpn. **53** (1984) 93.
58) T. A., M. Ban and F. Shibata, Physica **123A** (1984) 131.
59) M. Ban and T. A., J. Phys. Soc. Jpn. **53** (1984) 939.
60) T. A. and Y. Takada, J. Phys. Soc. Jpn. **53** (1984) 2233.
61) M. Ban and T. A., Physica **129A** (1985) 455.
62) M. Ban and T. A., J. Phys. Soc. Jpn. **55** (1986) 1759.
63) P. Martin and J. Schwinger, Phys. Rev. **115** (1959) 1342.
64) S. Fujita, J. Math. Phys. **6** (1965) 1877.
65) T. A., J. Phys. Soc. Jpn. **51** (1982) 1054.
66) 投稿準備中。
67) L. V. Keldysh, Sov. Phys. JETP **20** (1965) 1018.

経路積分法による半古典的ランジュヴァン方程式の新しい導出法

お茶の水女子大　橋　爪　夏　樹

§1。緒　論

ランジュヴァン方程式は平均の過程を定める減衰方程式に揺動力項を加えて作られるのが普通である。そして揺動力は白色スペクトルをもつガウス過程であると仮定することが多い[1]。Onsagerはこの仮定をもう少し物理的な原理で置き換えようと試みた[2]。しかしこれらは何れも現象論的アプローチであり，また揺動力のスペクトルが白色でない場合[3]へのOnsager流の物理的解釈法の拡張も行われていない。

状態変化の経路の確率という概念が第1原理から入っているのは量子力学である[4]。古典力学の場合は統計集団として確率概念を導入するの外はない。ランジュヴァン方程式を量子力学のハイゼンベルグ運動方程式を変形して導出する試みは森理論以来多数行われている[5]。しかしこれらは揺動力に対する形式的な表現を与えるのみで，確率過程としての確率分布を直接与えるものではない。量子力学に本来そなわっている経路の確率を変形して，揺動力の経路確率を導出しようという試みを報告したい[6]。

§2. Onsager の考え

Einsteinによれば，熱平衡状態での熱力学変数 $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \cdots)$ の熱揺動分布を表わす