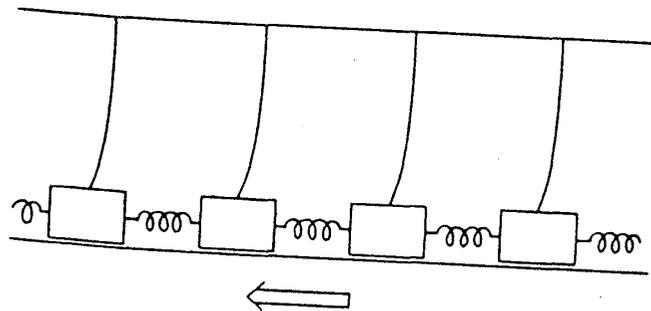


引き込まれる箱の数の分布は、空間が1次元の場合には常に指数分布であるが、空間が2次元以上の場合にはパーコレーションや強磁性体の相転移と同じような相転移を起こし、臨界点においてはべき分布に従うことがわかった。現実の地震のサイズ分布は多くの場合べき分布にしたがうことが知られているが、そのことより、地震現象をダイナミックな引き込み相転移における臨界現象とみなしうるということがわかる。

参考文献

高安秀樹 数理科学 1987 7月号、p.30.



42. Mode Selection in Shock Solution of the Ginzburg-Landau Equation

茨城大・理 泰 中 啓 一
東工大・理 西 森 拓*

無秩序相の中における秩序相の成長を取扱う。一つの秩序相の成長を考え、簡単のためその時間発展は次の Ginzburg-Landau 方程式に従うこととする。

$$A_t = A - A^3 + \nabla^2 A, \tag{1}$$

ここで秩序パラメーター A は正とし、 $A = 0, 1$ はそれぞれ無秩序, 秩序状態を表わすものとする。

始めに空間の次元 d が 1 のときを考え、 $t = 0$ における小さな秩序相の成長をみる。 $t \rightarrow \infty$ では秩序相の先端は初期条件に対応した一定速度 v で定常的に進行することになる。 $\eta = x - vt$ と運動座標系に変換すれば(1)式は

$$\begin{aligned} -vA' - \delta U / \delta A &= A'', \\ U &= \frac{1}{2}A^2 - \frac{1}{4}A^4, \end{aligned} \tag{2}$$

となる。ここでプライムは η についての微分を表わしている。この(2)式の解 (shock 解) は v の値によって区別される。

さまざまな初期条件のもとで最終的にどんな v の値になるかを調べた。初期条件 A_i が

$$A_i(x) = A_0 \exp(-\lambda x), \tag{3}$$

のとき最終速度 v はパラメーター A_0 には依らず λ だけで決定され、結果は図 1 のようになる。 $\lambda \geq 1$ のとき $v = 2$ となり、Aronson や Dee, Langer の “marginal stability condition” の理論がある。 $\lambda < 1$ のとき v は一定ではなく、次の関係式を満たす

$$\lambda = (v - (v^2 - 4)^{1/2}) / 2, \tag{4}$$

この関係式は(2)式を線型化した方程式の解 $A \propto \exp(-\lambda \eta)$ になっている。言い換えれば $A \ll 1$ での形状は $t = 0$ でも $t \rightarrow \infty$ でも同じになることを示している。

このことからいくつかの興味ある数値実験が考えられる。例えば(2)の 2 つの解の重ね合わせを考える：

$$A_i = c_1 A_1 + c_2 A_2, \tag{5}$$

ここで c_1, c_2 は定数であり、 A_1, A_2 は v_1, v_2 の速度をもつ shock 解とする。時間発展によって早い方の v だけの shock 解が生き残る。図 2 は $v_1 = 2, v_2 = 4$ の例が示されている。 $t = 0$ ではほとんど $v_1 = 2$ の形

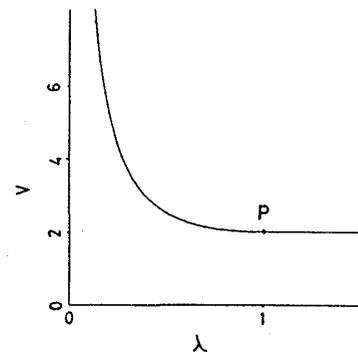


図 1. 初期条件(3)を(1)によって時間発展させたとき、最終的な波面の速度 v 。

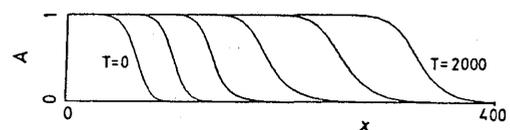


図 2. 二つの shock 解の重ね合わせ。式(5)の中のパラメーターの値は、 $c_1 = 0.99, c_2 = 0.01, v_1 = 2, v_2 = 4$ 。

状であるが最終的には $v_2 = 4$ の形状になってしまう。

次に $d = 2$ のときを考える。本質的な特徴は $d = 1$ のときと変わらないが初期条件のとり方でいろいろな波面の形状ができる。図3は x 方向(横)に進行する指状の波面を表わしている。これは初期条件として

$$A_i(x) = A_0 \exp(-(x/\sigma)^2), \quad (6a)$$

$$A_i(x) = A_0 / (1 + rx^2), \quad (6b)$$

という2種類の関数を y 方向に適当に並べ

ることによって実現できる。一次元ならば図1からわかるように、ガウス関数(6a)のときは $v = 2$ の shock 解に近づき、ローレンツ関数(6b)では $v \rightarrow \infty$ になろうとするはずである。今ここではこの2つの関数を y 方向に適当に並べたため、拡散項があるにもかかわらずこのような構造が出現してくることになる。

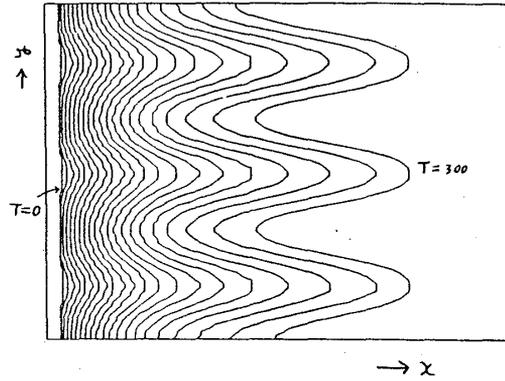


図3. 指状波面の例. 波面は各時刻で $A = 0.5$ となる点を結ぶことによって示した。

44. 一般化されたランダムウォークのふるまい 界面の運動

東北大・工 原 啓 明

通常のランダムウォークの漸化式において、「とび移る確率」(状態を表わす「位置」間の遷移確率)を一般化すれば、大部分の確率過程は、形式的には漸化式によって表現可能となる。¹⁾

ところで「界面」は、熱力学的ポテンシャルで記述される系以外でも見られる。たとえば、生態学における個体分布²⁾、神経回路網の先端³⁾等はその例である。これ等の系では、熱力学的ポテンシャルは必ずしも明確に定義された重要な量ではない。

本研究では、生態学における個体分布(バクテリア)²⁾を例にとり、系をプロセスによって特徴づける量(作用量)を導出する1つの方法について述べる。