

加えることができるが, 定性的には変わらない。

結局, $P_{i \rightarrow j}$ は上下とも飽和のない場合が一番バラエティーに富んでいることが言える。

次に, 空間が一次元で, 移住だけの場合をすこし考えてみる。この場合の定常な空間パターンは次式で書ける:

$$M_{i-1 \rightarrow i}(N_i, N_{i-1}) \equiv C \quad (7)$$

定数 C はたとえば片方の境界から定常な人口流入の境界条件として決めることができる。つまり $M_{i-1 \rightarrow i}$ の任意の等高線を空間リターンマップとして構築されるパターンは全部定常解となる。空間不安定性が対称性破れを持つため, この場合の空間リターンマップは一般には二つのブランチになる。故に境界条件を決めても定常解は数多く存在し得る。たとえば(4)式に対応する $M_{i-1 \rightarrow i}$ の等高線は図4となる。 C がある値より大きい時, 下のブランチがなくなり, 定常解は上のブランチで決められるパターンだけとなるが, これは必ず不安定であることが示せる。この場合と反応項がある場合のダイナミクスについての紹介は別の機会に譲る。

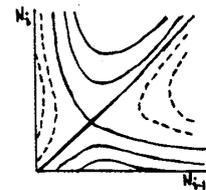


図4

32. 格子上の伝染病モデル

東大・教養 伊庭幸人

最近, 自然のモデルとして, セル・オートマトンのような離散的な状態変数を持つモデルが注目されている¹⁾

これらの系は平衡のイジング模型などの非平衡への拡張とも見なせるが, 自由エネルギーに当るものを持たないという意味でことなっている。

しかし, シュミレーションデータの解析という立場に立てば, 平衡のスピン系で開発された手法がある程度使える場合もあると思われるので, その方向からの接近を試みた。

具体的な例として, ここでは格子上のストカスティックな伝染病モデルを考えた。

単に要素が子を生み, 死んで行くモデルは Grassberger²⁾ によりくわしく調べられているが, それに免疫と要素の更新を加えることにより振動的なゆらぎが見られ, よりいっそう非平衡

研究会報告

らしく"なる。

(実際, 生態系をイメージしたモデル^{3), 4), 5)}においては振動的なゆらぎは普通あり, ここで示したものは, その中で最も単純なものと考えられる。)

講演では, 秩序変数の振舞いと平均場理論の比較, 絶滅のおこり方のシステムサイズ依存性, ゆらぎの各振動数成分の空間的広がりなどについて論じた。

- 1) 生物学においては, たとえば, Matsuda, Prog. Thoret. Phys. **66** (1981) 1078.
松田博嗣 数理科学 1986. 10月.
- 2) Grassberger, de la Torre, Ann. Phys. N.Y. **122** 373.
- 3) 松尾和洋 国際情報研研究報告 16
統数研・研究会 1987. 1月.
- 4) 佐藤和弘 統数研・研究会 1987. 1月.
- 5) デュードニー* 日経サイエンス 1985. 2月
(* コンピューター・リクリエーションのコラム)

33. 凝集現象に於ける巾分布¹⁾

神戸大・理学部 早川尚男, 高安秀樹

不可逆的凝集過程に於ける幾何学的性質としてのクラスターのフラクタル性が世間の耳目を集める様になって久しいが, 我々はその統計的性質に着目し, スケーリング則, 巾乗則の成因を探ってみた。そこで得られた結論は平均場近似である Smoluchowski 方程式で記述される系に於て定常的な粒子生成を伴う場合には漸近的或いは臨界的でのクラスターの巾的サイズ分布を見出したことにある。この際得られた表式は巾の指数が臨界現象の有無に拘らずユニバーサルであり, 拡散律速凝集 (DLA), 反応律速凝集 (RLA) の双方にも適用できる。

一般に, 凝集現象は粒子の生成或いは外界よりの注入と沈澱等の除去効果を伴っているので, 平均場近似の範囲でクラスターサイズ k (k -mer) の濃度の時間発展は次の方程式で記述される。

$$c_k = \frac{1}{2} \sum_{i+j=k} K_{ij} c_i c_j - c_k \sum_{j=i}^{\infty} K_{kj} c_j + I_k - R_k c_k \quad (1)$$