

ム(イジング・マシン)⁶⁾による。このシステムは、数百×数百の2次元 Ising Model を一秒あたり数十モンテカルロステップ実行する能力を有する。(残念ながら、本原稿にはビデオは載せられないので、研究会に参加されなかった方々には申し訳ありません。)

§ 5. まとめ

臨界点での各配位のフラクタル性は、分布関数や平均量のスケーリングよりも詳しい情報を持っているといえる。

文 献

- 1) B. マンデルブロ, フラクタル幾何学(広中平祐 監訳, 日経サイエンス 1985年).
- 2) 高安秀樹, フラクタル(朝倉 1986年).
- 3) N. Ito and M. Suzuki: Prog. Theor. Phys. **77** (1987) 1391.
M. Suzuki: Prog. Theor. Phys. **69** (1983) 65.
- 4) K. Binder: Z. Phys. **B43** (1981) 119.
- 5) M. Kikuchi and Y. Okabe, Phys. Rev. B to be published.
- 6) M. Taiji, N. Ito and M. Suzuki, in preparation

31. 移住過程におけるパターン形成

東大・理 劉勇, 鈴木増雄

われわれは生態系での個体群の空間移住を念頭において次のような系を研究している:

$$\dot{\vec{N}}_i = R(\vec{N}_i) + \sum_j M_{j \rightarrow i}(\vec{N}_i, \vec{N}_j) \quad (1)$$

\vec{N}_i は i サイトにいる個体数, j は i サイトに隣接したサイトとする。第一項はたとえば個体群の生長, 競争, 捕食等である。第二項の移住項については, 通常の反応拡散系と違うある種の非線型性を仮定する。

ここでは, 主に手計算のできる範囲内で, 種の数が一で, 空間サイトが二つだけの場合の挙動を示す。この場合, (1)式の第一項はロジスティック生長だけとする:

$$R(N_i) = rN_i(1 - N_i/N) \quad (2)$$

ある個体が単位時間内に i サイトから j サイトに移住する確率を $P_{i \rightarrow j}(N_i, N_j)$ とすれば(1)式の第二項はその平均値として

$$M_{j \rightarrow i}(N_i, N_j) = -N_i P_{i \rightarrow j}(N_i, N_j) + N_j P_{j \rightarrow i}(N_j, N_i) \quad (3)$$

となる。 $P_{i \rightarrow j}(N_i, N_j)$ は個体の群れを好む(又は避ける)移住習性を反映するものとし、簡単のため、 $(N_j - N_i)$ だけの単調増加(又は減少)で非負の函数とする。群れを避ける場合は、空間均一解の安定性が高く、単純拡散と質的に違わないので、省略する。具体的な形について次の場合を考える：

(i) 上の条件を満たし、上下とも飽和がないものとして、

$$P_{i \rightarrow j} = \mu \exp[\kappa(N_j - N_i)] \quad (4)$$

が考えられる。 $\kappa = 0$ は単純拡散に帰着する。無次元化すれば、パラメタは r, κ だけとなり、相図は図1のように四つの相に分かれる。相I(図2a)では、個体の群がる習性が弱いため、均一解が安定である。相II, III(図2b, c)では、不均一解が安定となり、それぞれ単純緩和、振動緩和である。相IV(図2d)では、生長と移住との釣り合いで、均一解と不均一解とが共存する。

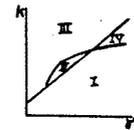


図 1

(ii) 上に飽和があるものとして、

$$P_{i \rightarrow j} = \mu(1 + \tanh[\kappa(N_j - N_i)]) \quad (5)$$

が考えられる。 $\kappa = \infty$ は個体が人口の多い方向だけに移住することに対応する。相図は図3となり、個体の群がる習性が弱くなったため、相IVがなくなってしまう。

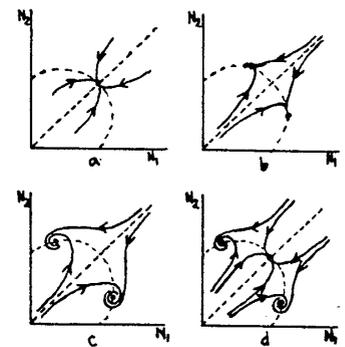


図 2

(iii) 下にだけ飽和がある一番簡単な場合は

$$P_{i \rightarrow j} = \mu \exp[\kappa(N_j - N_i)] + D \quad (6)$$

であり、個体の意図的移住の他にランダムウォークがある場合である。 D がある値より大きい時、相IIがなくなる。

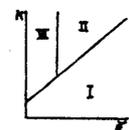


図 3

(iv) 上下とも飽和がある場合として、(5)式にもランダムウォークを

加えることができるが, 定性的には変わらない。

結局, $P_{i \rightarrow j}$ は上下とも飽和のない場合が一番バラエティーに富んでいることが言える。

次に, 空間が一次元で, 移住だけの場合をすこし考えてみる。この場合の定常な空間パターンは次式で書ける:

$$M_{i-1 \rightarrow i}(N_i, N_{i-1}) \equiv C \quad (7)$$

定数 C はたとえば片方の境界から定常な人口流入の境界条件として決めることができる。つまり $M_{i-1 \rightarrow i}$ の任意の等高線を空間リターンマップとして構築されるパターンは全部定常解となる。空間不安定性が対称性破れを持つため, この場合の空間リターンマップは一般には二つのブランチになる。故に境界条件を決めても定常解は数多く存在し得る。たとえば(4)式に対応する $M_{i-1 \rightarrow i}$ の等高線は図4となる。 C がある値より大きい時, 下のブランチがなくなり, 定常解は上のブランチで決められるパターンだけとなるが, これは必ず不安定であることが示せる。この場合と反応項がある場合のダイナミクスについての紹介は別の機会に譲る。

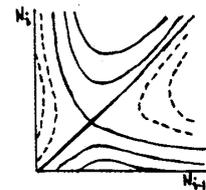


図4

32. 格子上の伝染病モデル

東大・教養 伊庭 幸人

最近, 自然のモデルとして, セル・オートマトンのような離散的な状態変数を持つモデルが注目されている¹⁾

これらの系は平衡のイジング模型などの非平衡への拡張とも見なせるが, 自由エネルギーに当るものを持たないという意味でことなっている。

しかし, シュミレーションデータの解析という立場に立てば, 平衡のスピン系で開発された手法がある程度使える場合もあると思われるので, その方向からの接近を試みた。

具体的な例として, ここでは格子上のストカスティックな伝染病モデルを考えた。

単に要素が子を生み, 死んで行くモデルは Grassberger²⁾ によりくわしく調べられているが, それに免疫と要素の更新を加えることにより振動的なゆらぎが見られ, よりいっそう非平衡