27. 渦点のダイナミクス：二次元複素場の秩序形成

山梨大・教育　豊 木 博 泰

臨界温度以下に急冷された系の秩序相の形成過程が多くの興味を集めている。それらは，オーダーパラメータの対称性により多様な時間発展を示す。そうした系のうち，欠陥が存在しうる系では，初期に，ランダムに分布する欠陥が形成され，その後次第にそれらが消滅して秩序化が進むと考えられる。オーダーパラメータがスカラーの系（欠陥＝界面）についての研究は多く，この描像は広く受け入れられている。また，最近我々は，オーダーパラメータが複素量で空間が３次元の系について，同様な描像にもとずく考察を行った。[1] そこでは渦糸の収縮過程が取扱われている。続いて今度は，２次元複素秩序変数系の秩序化過程をシミュレーションによって調べたのでその結果を報告する。

はじめ２次元空間に欠陥である渦点，反渦点がランダムに分布し，それが対消滅していく過程を考える。渦点の分布 $\{\boldsymbol{r}_i\}$ に対するエネルギーは $F=-\sum_{<i,j>}(-1)^{\sigma_i+\sigma_j}\log(|\boldsymbol{r}_i-\boldsymbol{r}_j|)$ で与えられる。ただし，σ_i は渦，反渦に対してそれぞれ０，１をとるものとする。運動方程式としては，散逸項のみをもつＴＤＧＬ方程式を考える：

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}_i}{\mathrm{d}t}=-\frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{r}_i}$$

$$=\sum_j(-1)^{\sigma_i+\sigma_j}\frac{\boldsymbol{r}_i-\boldsymbol{r}_j}{|\boldsymbol{r}_i-\boldsymbol{r}_j|^2}\quad . \tag{a}$$

シミュレーションは次のように行う。

(1) 一様乱数により同数の渦，反渦の初期分布を与え，(a)に従って運動させる。そして，コアの大きさ程度の距離 ξ 以内に近づいた渦・反渦ペアは消滅させる。

(2) 境界条件：現実系として超流動を念頭におくと，壁付近で流れが壁と平行になるという条件から，鏡映像効果をもつ境界とするのが妥当であるから，これを採用する。ただし，壁に最も近い像だけを考慮に入れる。

(3) 空間をセルに分け，セル（ m， n ）内の粒子に対して，同セル内の粒子および隣のセル（ $m+1$，$n+1$ ）内の粒子との相互作用だけを考える。ただし，セルの大きさは $\sqrt{N}$（ Nは粒子数）に比例して変化させ，セル内の平均粒子数 n_c は一定に保つ。

以上の計算を $N\leqq 2000$， $10\leqq n_c\leqq 20$ の系について行った。

得られた結果は次の通りである。

(1) 粒子数は t^{-1} で減少する（図１）。

(2) 最近接渦・反渦間距離 d_{va} と渦・渦間距離 d_{vv} は共に $t^{1/2}$ で増大する（図２）。

(3) $d_{vv}/d_{va} \sim 1.6$ である。まったくランダムに分布していれば $\sqrt{2}$ になるので，これがこの系の特徴を表す一つの量となっている。

(4) (i)境界条件を単純な反射壁にした場合，(ii)すべての粒子間の相互作用を考慮に入れた場合（$N \leqq 500$），(iii)ξ を変化させた場合についても計算を行ったが，上記と同様の結果が得られた。ただし(i)については粒子数が少なくなるとずれが大きくなる。

以上より，系の発展は $t^{1/2}$ で増大する一つの特性長で特徴づけられると考えられる。これは，式(a)の次元解析的考察からも予想されることである。しかし，確定的なことを言うには今後，渦点の密度相関関数やオーダーパラメータの相関関数の振舞を調べる必要がある。

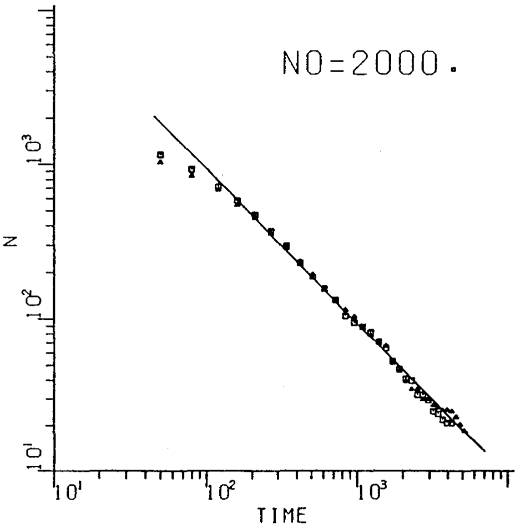

図１　渦点数の時間変化。　(a)□：$\xi = 10^{-3}$, (b)△：$\xi = 5 \times 10^{-3}$。実線の傾きは−1

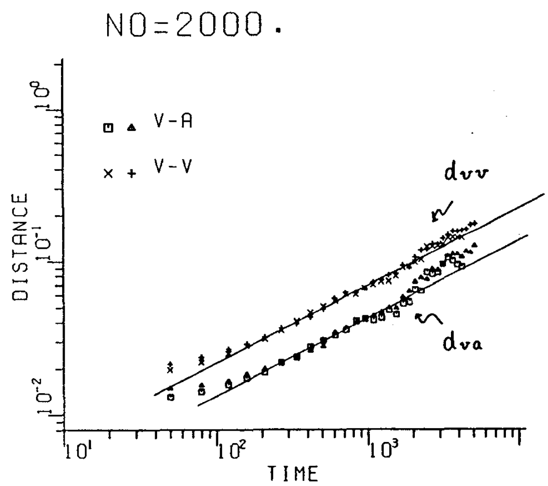

図２　最近接点間の平均距離。□，×および△，＋はそれぞれ図１の(a)，(b)に対応。実線の傾きは1/2。

文　献

1)　H. Toyoki and K. Honda, Prog. Theor. Phys.: to be published.