11．有限次元スピングラスの理論の現状

東工大理　尾関之康・西森秀稔

スピングラス（ＳＧ）の平均場理論に統一的な描像が確立され一応の解決を見た現在、理論的な興味の中心は実験との比較の意味も含めて有限次元モデルに移っている。平均場で見いだされた低温相の構造、ＡＴ－line、リエントラント転移や混合相などの概念は有限次元（ｄ＜６）でどの様に修正されるか、さらに lower critical dimension d_{lc} についてなど様々な問題が提起されている。

§１．有限次元スピングラスの理論の現状[1,2]

イジングＳＧについては、転送行列法、モンテカルロシミュレーション、高温展開などによって、有限温度でのＳＧ転移が３次元に存在し、２次元では存在しないことがほぼ確認された。（しかし、d_{lc} は $2 \leqq d_{lc} \leqq 3$ のいずれになるかいろいろと議論されているが、まだ確定的な結論には至っていない。）

このようにして確認された３次元ＳＧ相の構造が平均場同様多数の安定状態を持つ ultrametric[3] なものかどうか、またＳＧ相が磁場に対して安定か（ＡＴ－lineが存在するか）どうか興味のあるところだが、前者については肯定的議論[4,5]、否定的議論[6,7]が共にあり、後者については液滴模型による議論[6]やスケーリング理論[8]が否定的な結論を出しているがはっきりしたことは解っていない。

また、T_g 以上での異常なダイナミクスがクラスター模型による計算[9]やモンテカルロシミュレーション[10]によって指摘され、希釈強磁性体におけるＧｒｉｆｆｉｔｈｓ異常[11]との関係が議論されている。

３次元イジングＳＧ系で有限温度のＳＧ転移が存在することが確認されたので、実験的に観測されている等方的ハイゼンベルグ模型などの連続スピン系でどうなるかが次の問題である。Ｓｃｈｕｓｔｅｒ[12] は、レプリカ法とボゴリューボフ不等式によって、隣接相互作用がガウス分布をするＸＹ及びハイゼンベルグ模型では、４次元以下で有限温度にＳＧ的な長距離秩序が存在しないことを証明している。このため、実験で観測されているＳＧ相を説明するために異方性の効果が重要視されるようになった。スケーリング理論[8]によると、異方性の効果によって低温でイジングへのクロスオーバーが起こり有限の T_g が出現することが示されている。相互作用がＲＫＫＹ型の場合でも同様の議論がなされており[8,13]、有限の T_g は異方性の効果によるものであることが明らかにされつつある。

このように現段階の理論では、３次元で観測されるＳＧ転移はすべてイジングＳＧのユニ

バーサリティークラスに属するものととなってしまうが、これを疑問視するような実験事実もあり、今後の研究成果が期待される。

相互作用の分布が非対称で強磁性側に偏っているとき、平均場理論では、低温で強磁性相から混合相へのリエントラント転移が確認されている。有限次元の±J模型でリエントラント（強磁性相から非強磁性相への）がないということが、ゲージ理論[14] や転送行列による数値計算[15] で示されている。混合相については理論的な詳しい取扱はなされてなく、これからの問題といえる。また、２次元±J模型には、低温で強磁性相の境界付近にRandom Antiphase State（ＲＡＳ）[16]と呼ばれる相の存在が指摘されており、数値的転送行列法によってこの存在を示唆するような結果も得られているが、まだはっきりした結論はでていない。

§２．スピングラスのＬｅｅ－Ｙａｎｇ零点分布

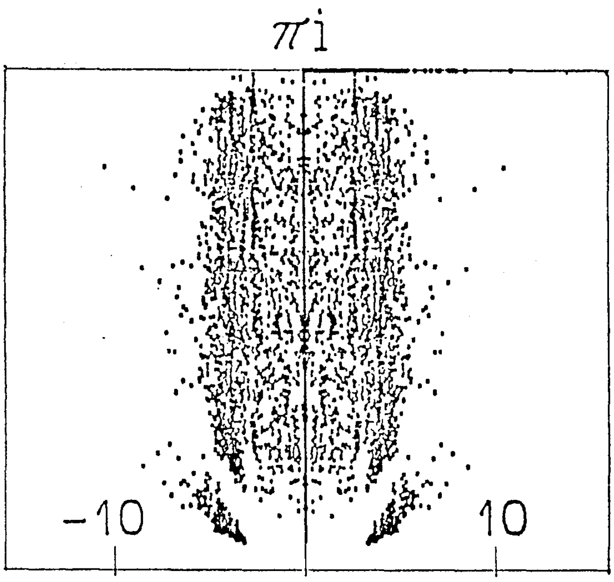
一般に磁場Ｈのかかったイジングスピン系の分配関数は

$$Z = y^{-N/2} \sum_{n=0}^{N} a_n(T) y^n \qquad (y = \exp(2\beta H))$$

と書くことができる。ＹａｎｇとＬｅｅ[17] は、規則系で相転移の起きる点が、複素ｙ面上でＺ(ｙ)＝０の解が正の実軸を切る点と一致することを証明した。この定理は非常に一般的であり、±Ｊ模型などの不規則系にも適用可能である。この場合、零点分布は各ボンド配置での零点の重ね合わせになる。

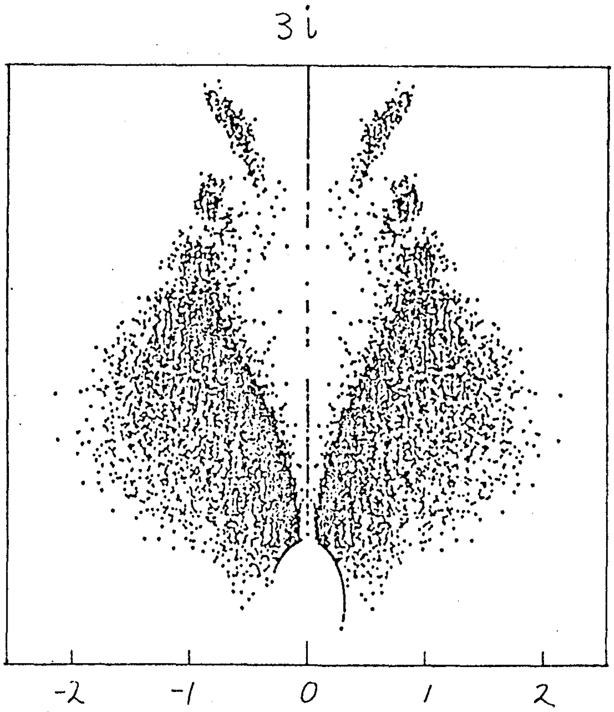
これまで有限なイジングスピン系における零点の計算が規則格子についてのみなされていたが、転送行列法を使うことによって不規則系の計算を高速に行うことが可能になったので、２，３次元の±Ｊ模型について零点分布を求めてみた。計算例として、図Ⅰに３次元３×４×４格子のＴ＝０．５ における零点を２００サンプルについて計算したものを示す。このような分布を温度、サイズを変えて求めることにより、T_g 以上での異常なダイナミクスを説明するＧｒｉｆｆｉｔｈｓ異常の存在や、３次元のＳＧ相が磁場に対して不安定なことを示唆すると考えられる結果が得られている。[18]

Ｌｅｅ－Ｙａｎｇの定理は、分配関数を $x = \exp(2\beta J)$ の関数と見なして、複素ｘ面（温度平面）上で扱っても同様である。同じく±Ｊ模型での計算例（３次元、３×４×４格子、４８０サンプル）を図Ⅱに示す。これによって、２次元の $T_g = 0$ と３次元の $T_g = 1.2$ における零点の様子の違いや、温度に関するＧｒｉｆｆｉｔｈｓ異常の存在の有無などについて定性的な議論をすることが出来る。



図Ⅰ．磁場平面の計算例

$\ln y = 2\beta H$ 面上に変換



図Ⅱ．温度平面の計算例

$2(\ln x)^{-1} = k_B T/J$ 面上に変換

参考文献

1) K. Binder and A. P. Young: Rev. Mod. Phys. 58(1986)801.
2) Heidelberg Colloquium on Glassy Dynamics, J. L. van Hemmen and I. Morgenstern, eds, Springer-Verlag, Heidelberg 1986.
3) R. Rammal, G. Toulouse and M. A. Virasoro: Rev. Mod. Phys. 58(1986)765.
4) N. Sourlas: J. Phys. (France) 45(1984)1969.
5) R. N. Bhatt and A. P. Young: p.215 in 2).
6) D. S. Fisher and D. A. Huse: Phys. Rev. Lett. 56(1985)1601.
7) A. Bovier and J. Frohlich: J. Stat. Phys. 44(1986)347.
8) A. J. Bray and M. A. Moore: p.121 in 2).
9) M. Randeria, J. Sethna and R. G. Palmer: Phys. Rev. Lett. 54(1985)L1321
10) A. T. Ogielski: Phys. Rev. B32(1985)7384.
11) R. B. Griffiths: Phys. Rev. Lett. 23(1969)17.
12) H. G. Schuster: Phys. Lett. A76(1980)269.
13) A. Chakravarti and C.Dasgupta: Phys. Rev. Lett. 56(1986)1404: Phys. Rev. B36(1987)793.
14) H. Nishimori: J. Phys. Soc. Jpn. 55(1986)3305.
15) Y. Ozeki and H. Nishimori: J. Phys. Soc. Jpn. 56(1987)3265.
16) R. Maynard and R. Rammal: J. Phys. (France) 43(1982)L347.
17) C. N. Yang and T. D. Lee: Phys. Rev. 87(1952)404.
18) Y. Ozeki and H. Nishimori: J. Phys. Soc. Jpn. 57(1988)No.3.