17. 長距離相関をもつランダム場中の電子状態

早大・理工　胡桃薫，首藤啓，相沢洋二
新潟大・工　合　田　正　毅

modified Bernoulli Map からつくった場をもつ一次元差分型シュレディンガー方程式の波動関数やエネルギースペクトルがどのような統計的性質をもつのか調べた。

我々の用いたモデルは一次元差分型シュレディンガー方程式

$$\phi_{n+1}+(-2-V_n)\phi_n+\phi_{n-1}=E\phi_n$$

をシステムサイズ 16000 で対角化した。

ポテンシャル $\{V_n\}$ は次のようなマップよりつくった。

modified Bernoulli Map :

$$X_{n+1}=\begin{cases} X_n+2^{B-1}(1-2\varepsilon)X_n^B+\varepsilon & (0\leq X_n\leq 1/2) \\ X_n-2^{B-1}(1-2\varepsilon)(1-X_n)^B-\varepsilon & (1/2<X_n\leq 1) \end{cases}$$

B ： 分岐パラメーター

ε ： 摂動パラメーター

このマップにより得られた数列 $\{X_n\}$ を更に $0\leq X_n\leq 1/2$ で $V_n=-1$，$1/2<X_n\leq 1$ で $V_n=1$ のようにシンボル化して $\{V_n\}$ とした。

このマップは B と ε とを変えることによりさまざまな統計的性質を示す。$B=0$ では完全に周期的で $\{1,-1,1,-1,\cdots\}$ のようになる。更に B を大きくしていき $B\geq 1.5$ になるとそのパワースペクトルはべき的になり，特に $\varepsilon\simeq 10^{-8}$ では stretched exponent を示す[1]。

このような長距離相関をもつランダム場中で波動関数がどのような様相を示すのか，エネルギースペクトルはどのような特異性をもつのかということは非常に興味深い。

このモデルを用いて次の量を調べた。

(i) 容量次元・エントロピー次元・相関次元

エネルギースペクトルの密度分布の特異性を調べるために次元を求めた。

エネルギースペクトルをサイズ b の区間でおおい，区間 i に存在するスペクトル密度を $p_i(b)$ とすると，一般化次元は

$$D(q) = \frac{1}{1-q} \lim_{b \to 0} \frac{\ln \sum_i (p_i(b))^q}{\ln b}$$

で与えられる。今回は $q=0,\ 1,\ 2$ を調べた。各々容量次元，エントロピー次元，相関次元に相当する。調べた結果を表1に示す。摂動により $q=2$ の値に違いが見られる。これは $D(q)$曲線を求めれば更に明確に現れると思われる。今後 $D(q)$曲線，$f(\alpha)$曲線を求める必要がある。

表1　容量次元・エントロピー次元・相関次元
B：分岐パラメター　E：摂動パラメター

B	E	Q= 0	1	2
1D-5	0	0.97	0.95	0.87
0.3	0	0.98	0.94	0.89
1.3	1D-3	0.99	0.95	0.89
	1D-8	0.99	0.95	0.90
	1D-10	0.99	0.95	0.90
1.7	1D-3	0.99	0.96	0.91
	1D-8	0.99	0.97	0.93
	1D-10	0.99	0.97	0.93

(ii)　最近接レベル間隔分布

エネルギースペクトルの最近接レベル間隔分布を調べると図1に見られるようにべき則をみたすことが示された。

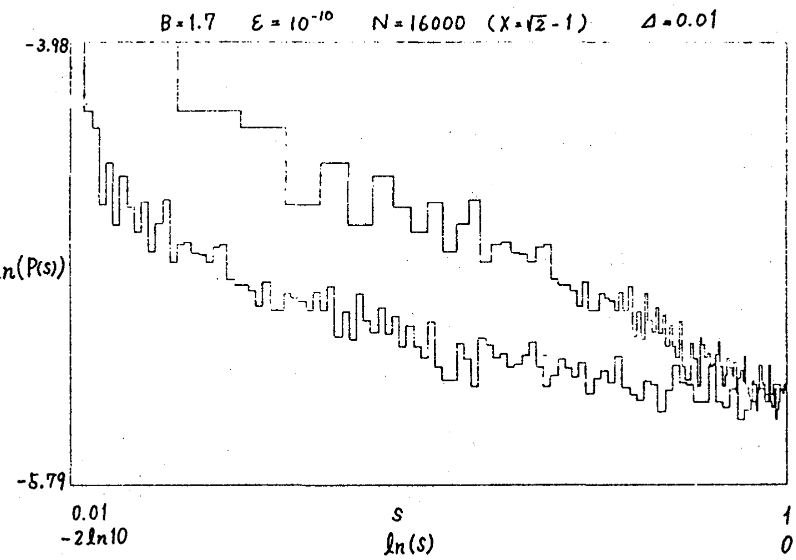

図1　最近接レベル間隔分布$P(S)$
平均間隔を1とするようにしてある。上が log-log，下が log-S プロットを示す。

以上のことからエネルギースペクトルは特異的であり，従って波動関数にも何らかの反映が見られることが期待される。