

- 11) X. Hu and M. Suzuki, J. Phys. Soc. Jpn. **57** (1988) No. 3.
- 12) M. Katori and M. Suzuki, J. Phys. Soc. Jpn. **57** (1988) No. 3.
- 13) M. Suzuki, Prog. Theor. Phys. suppl. **87** (1986) 1.
- 14) M. Suzuki, Phys. Lett. A.
- 15) M. Suzuki, J. Phys. Soc. Jpn. **56** (1987) No. 12.
- 16) M. Suzuki, J. Phys. Soc. Jpn. **57** (1988) No. 1.
- 17) N. Ito and M. Suzuki, Int. J. Modern Phys. B.
- 18) T. Oguchi and H. Kitatani, to be published.
- 19) M. Takayasu and H. Takayasu, Phys. Lett. A.
- 20) M. Takayasu, H. Takayasu and T. Nakamura, in preparation.
- 21) X. Hu and M. Suzuki, J. Phys. Soc. Jpn. **57** (1988).
- 22) M. Suzuki, *the Proceedings of the 19th Yamada Conference on Ordering and Organization in Ionic Solutions*, held at Kyoto, Nov. 9-12, 1987; ed. N. Ise (World Sci. Pub.).
- 23) M. Suzuki, J. Phys. Soc. Jpn. **57** (1988) No. 3 ; *ibid* (1988).
- 24) J. Villain, J. Phys. **C10** (1977) 1717 and 4793 ; G. Forgacs, Phys. Rev. **B22** (1980) 4473.
- 25) S. Teitel and C. Jayaprakarh, Phys. Rev. **B27** (1983) 598.
- 26) S. Miyashita and H. Shiba, J. Phys. Soc. Jpn. **53** (1984) 1145.
- 27) D. H. Lee, J. D. Joannopoulos, and J. W. Negele, Phys. Rev. Lett. **52** (1984) 433 ; Phys. Rev. **B33** (1986) 450.
- 28) B. Berge, H. T. Diep, A. Ghazali, and P. Lallemand, preprint.

## 秩序変数の対称性と相転移

— 三角格子反強磁性体での例 —

東大・理 宮 下 精 二

相転移のタイプは体系の次元  $d$ , 秩序変数の対称性 (強磁性体の場合はスピン自由度  $n$ ) あるいは相互作用のレンジ等によって分類されることが知られている。それぞれの場合に体系は一次相転移または二次相転移を示すが、特に後者の場合に関しては臨界指数の組 ( $\alpha$ : 比熱,  $\beta$ : 自発秩序変数,  $\gamma$ : 帯磁率,  $\eta$ : 相関関数, ...) による分類が詳しくなされている。またこれらのタイプの分類はその体系が持つトポロジカルな励起のタイプの分類とも見なせるということが議論されてきている。<sup>1)</sup> 顕著な例として2次元XY模型の渦励起や液晶における種々の欠陥がよく議論されているが、本発表では三角格子反強磁性体で起こる種々の相転移をトポロジカルな励起のタイプを通して考察する。

## 研究会報告

三角格子反強磁性体は相互作用間に競合がありイジングスピン系では安定なスピン配位がなくなり基底状態のマクロな縮退を持つ。ここでも色々と興味深い現象が発見されているが本発表では連続スピン系の場合に限ることとする。連続スピン系ではイジングスピン系の場合のようなマクロな縮退はないが相互作用の競合のために基底状態が“collinear”な構造ではなくなり立体的な構造を持つようになる。そのためこの体系の秩序変数としてはスピン数個からなるある構造を考えなくてはいけなくなる。この秩序変数の構造の持つ対称性とトポロジカルな励起の関係、そして相転移のタイプとの関係を以下の3つの例で紹介する。

### 1. 等方ハイゼンベルク模型<sup>2)</sup>

この系の秩序変数は $120^\circ$ 構造であり、その対称性は剛体回転の場合と同じで $SO(3)$ に同型である。また空間としては三次元射影空間 $P_3$ である。この場合には欠陥のホモトピー群による分類によると

$$\Pi_1(P_3) = Z_2,$$

つまり何らかの点欠陥(二次元)、あるいは渦構造があることがわかる。これは図2の $120^\circ$ 構造をある点のまわりに一周するとき、一つの軸のまわりに一回転した図形であることがわかる。川村と著者はこの渦( $Z_2$ -渦)が独立に自由に存在する相(paramagnetic相)と対でしか存在できない低温相の間の相転移の可能性を指摘しモンテカルロ法によってその様子を調べた。特に渦関数としてある閉曲線 $c$ の中にある渦の数が偶数である確率 $p_+$ と奇数であるもの $p_-$ の差を定義し、 $V[c] = p_+ - p_-$ 、閉曲線を大きくしたとき $V[c]$ が、paramagnetic相では $\exp[-aA]$ 、 $a$ :定数、 $A$ は $c$ の面積、低温相では $\exp(-a'L)$ 、 $a'$ :定数、 $L$ は閉曲線の半径、に従ってゼロになることを見いだした。

### 2. XY 模型<sup>3)</sup>

この系では $120^\circ$ 構造が右まわりと左まわりの2重に縮退し、その秩序変数の空間は $Z_2 \times S_1$ となる。この $Z_2$ の対称性に依じて2-foldなイジング的な自由度が生じることがわかる。この可能性はVillain<sup>4)</sup>によって指摘されていたものであるが著者と斯波はこれに対応する物理量として

$$\vec{\kappa} = \frac{2}{3\sqrt{3}}(\vec{S}_1 \times \vec{S}_2 + \vec{S}_2 \times \vec{S}_3 + \vec{S}_3 \times \vec{S}_1)$$

を定義し $\langle \kappa_z \rangle$ の±の対称性の自発的破れを見いだした。さらに $S_1$ の対称性に関しても2DXY強磁性の場合と同様なstiffness定数(ある種の弾性定数)の飛びがあることを見いだした。

### 3. イジング的ハイゼンベルク模型<sup>5)</sup>

この系では $120^\circ$ 構造がすこしひずみ秩序変数の対称性は $Z_6 \times S_1$ あるいは非自明な縮退を持ち $S_1 \times S_1$ となる。いずれの場合も有限温度で2回Kosterlitz-Thouless転移を示すことを見いだされた。

以上の例でわかるようにトポロジカルな励起のタイプによる相転移の分類は今の模型にとって大へん有用であることがわかる。

文 献

- 1) G. Toulouse & M. Kleman : J. de Phys. Lett. **37** (1976) 149.  
N. D. Mermin : Rev. Mod. Phys. **51** (1979) 591.
- 2) H. Kawamura & S. Miyashita : J. Phys. Soc. Jpn. **53** (1984) 4138.
- 3) S. Miyashita & H. Shiba : J. Phys. Soc. Jpn. **53** (1984) 1145.
- 4) J. Villain : J. Phys. **C10** (1977) 1717, 4793.
- 5) S. Miyashita and Kawamura : J. Phys. Soc. Jpn. **54** (1985) 3385.

$^3\text{He}$ の超流動とトポロジー

静岡大・教養 中原 幹 夫

物性系における分数フェルミオン数の関与する例として

Michael Stone and Frank Gaitan, "Topological Charge and Chiral Anomalies in Fermi Superfluids", Ann. Phys. **178** (1987), 89.

を紹介した。この論文の解説および超流動 $^3\text{He}$ におけるホモトピー群の応用は

中原幹夫, "場の理論と超流動 $^3\text{He}$ との接点" 数理科学, No. 292 (1987), 30

を見られたい。

トポロジーと高分子物理

農工大・教養 田 中 文 彦

高分子は、構成単位の原子団が数千個以上、共有結合で鎖状につながった巨大分子である。主鎖の結合は安定していて、熱運動の過程では切れることは稀である。結合の角度やボンドの長さは決っているのでボンドの内部回転の自由度によって分子のいろいろな形態が実現される。細長くて曲がり易く切れないという分子の特性から、高分子物質の中では、分子はお互いに絡まり合い、もつれ合った関係をいつまでも解消できないので、その運動様式に強い制限が現われる。これをトポロジカルな制限という。高分子の科学が胚胎した時から、絡まり合いのトポロジーは、その中心的なテーマのひとつであったと言えるだろう。

トポロジカルな制限は、お互いの関係が熱運動の過程で

- (1) 完全に一定に保たれていて凍結したもの、