

§ 5. 結論

- 1) 星間物質系は、微分回転する銀河円盤上でも剛体回転する渦状腕構造を持つ
又、回転によりきつく巻き込まれるほど
- 2) パラメータ空間で解の存在領域が増え、
- 3) より安定な構造となる
特に、 $m > 1$ 解は微分回転によりはじめて安定化される
- 4) 渦状腕の形態、安定性ともにCowie&RybickiのGalacto-Detonation Wave モデルとは大きく異なる。

References

- Balbus, S.A. 1984, Ap.J., 277,550.
Cowie, L.L., and Rybicki, G.B. 1982, Ap.J., 260,504.
Hagan, P.S. 1982, SIAM J.Appl.Math., 42,762.
Kuramoto, Y. 1984, Chemical Oscillations,Waves,and Turbulence(Springer).

非粘性流体における相分離と不安定性

山口大・教育 古川 浩

重力で相互作用している一様な気体は力学的に不安定である。この不安定は宇宙スケールで重要である。一方地上に目を転じてみると、臨界温度以下に急冷された水蒸気のような気体も不安定である。この不安定は熱力学的不安定と呼ばれるが力学的不安定と本質的な区別はない。

宇宙の構造形成に重力不安定が関与していることは疑いの余地がない。しかしそのメカニズムは明白ではない。本講演では相分離のダイナミクスと合せてこの問題をダイナミカルな観点から論じてみたい。

熱力学的不安定では自由エネルギーの高いところから低いところへ状態が向かう。多くの場合この不安定は表面張力によって引き起される。流体の相分離を例にとって議論してみよう。相分離ではある部分から他の部分へ物質が運ばれなければならない。その繰返しの結果が完全な相分離である。相分離の進み具合を表わす特徴的長さのスケール R (クラスターの半径等) は次の簡単な考察によって求めることが出来る。流体のある点に働く力は P を圧力として単位体積当り ∇P であり、この力を受けて流れる流体の慣性力は ρ を質量密度として単位体積当り $\rho (Du/Dt)$ である。したがって

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \nabla P. \quad (1)$$

さて相分離のダイナミクスで成功した一つの考え方は自己相似, 又はスケーリングという考え方である。これは唯一の長さのスケール R が存在することを仮定するものである。 $\rho = \text{一定}$ とすると $\rho Du/Dt \approx \rho R t^{-2}$, $\nabla P \approx \sigma R^{-2}$ (σ : 表面張力定数) とおける。これより

$$R \approx \left(\frac{\sigma}{\rho} t^2 \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (2)$$

ところで流体は非散逸的であるとしているから運動エネルギーに転換された表面エネルギーは乱流によって散逸される。このときの散逸時間と長さのスケールは(2)式で与えられる。すなわちクラスターが成長すると同じ時間をかけてエネルギーが散逸される。

重力不安定の基礎方程式は本質的には(1)と同じである。しかし ρ は可圧縮であり P は長距離力が原因である。そのことは重力不安定の性格をまったく違ったものにする。不安定は大きいスケールから始まり小さいスケールへと伝播する。このことはあたかも先の相分離の問題で乱流の部分だけがクロスアップしたようなものである。実際基礎方程式は非散逸的であり不安定の本質は乱流であろう。そこでこの不安定の本質を乱流と仮定して解析してみる。温度 0 の一様な気体が自己重力のためある長さのスケールで不安定を起すとする。一旦不安定が起れば密度の高い部分が出現し, その部分の不安定は加速される。このことは長さのスケール L における質量密度 ρ_L に対し特徴的な時間のスケール τ_L が $(G\rho_L)^{-1/2}$ と与えられることによる (G : 重力定数)。さてこの逐次的不安定を乱流と考えた場合, 各スケールにおいて重力エネルギーから運動エネルギーへの供給が常になされている。このことがこの問題を通常乱流として取り扱えなくしている。しかし重力の効果は時間スケールの変化をもたらしたとも考えたのであり, エネルギーの供給も同時に考慮するのは不要である。すなわち数学的には重力項を時間スケールの変化にくり込んで相互作用のない方程式にしてしまうことである (例えば, $\frac{d^2}{dt^2} u_L = \tau_L^{-2} u_L$)。そのように考えると重力不安定を長さのスケールに伴って時間スケールの変化する乱流としてとらえることが出来る。

エネルギーの供給は最初の不安定だけで起るものとする。通常乱流では, もし時間スケールの変化がなければ波数空間におけるエネルギーの流れ ϵ_L は (ゆらぎもなく) 一定とおける。時間のスケールが変化する場合 ϵ_L は

$$\epsilon_L \propto \tau_L^{-1} \quad (3)$$

のように変化する。一方 t_L を 1 つの波数から次の波数にエネルギーをうけ渡す時間とすれば

$$\epsilon_L = E_L t_L^{-1}, \quad (4)$$

ここで E_L は長さのスケール L における特徴的エネルギーである。通常の乱流では t_L は乱流の渦運動の turn-over time である。(3)と(4)から

$$E_L = E_0 \frac{t_L}{\tau_L}. \quad (5)$$

重力の効果弱い場合 τ_L は L によらず一定と考えてよい。このとき $E_L \approx \rho (L/t_L)^2$ と(5)式より求める $E_L/t_L = \text{一定より } t_L^3 \propto \rho L^2$ が求まる。 $\rho = \text{一定}$ でこれはコルモゴロフのスペクトルを与える。一

研究会報告

方重力の効果が強い場合 $t_L \simeq \tau_L$ とおける。したがって(5)式は $E_L = \text{一定}$ となる。さらに $E_L = \rho_L (L/t_L)^2 \simeq GL^2 \rho^2$ から $\rho_L^2 \propto L^{-2}$ を得る。すなわち2体相関関数 $\xi(r) = \langle \rho(r) \rho(0) \rangle$ に対し

$$\xi(r) \propto r^{-2} \quad (6)$$

である。

相関関数の逆二乗則(6)は自己重力系でしばしばみられるものである。特に有名なものに宇宙の質量分布に対する観測結果 $r^{-1.8}$ 則がある。これも逆二乗則に近い。計算機実験はむしろ逆二乗則に近いが、この違いはおそらく宇宙の構造がまだ完全な逆二乗に到達していないことを示すものであろう。

参考文献

- 相分離のスケーリングの総合報告として例えば
H. Furukawa, Adv. Phys. **34**, 703 (1985)
- 非散逸流体の相分離について
H. Furukawa, Phys. Rev. A. **36**, 2288 (1987)
- 重力乱流における質量密度相関について
H. Furukawa, Phys. Rev. A (in press).

天体カオス現象序説

近畿大・理工学総合研 海野 和三郎

宇宙の中に流転する万物を博物学的に記述するには、どういう数学的枠組で考えるのが適当かを議論する。パラメタ空間内の分布、モード間相互作用、時系列の3つの場合につき、具体的な例で問題点を明らかにする。

§1 3つの特徴的な場合

例として、星全体の変動全体を1つの系と考えると、この系の挙動は pmn 次元空間の点群の動きとして記述されよう。ここで、 p は星の質量、年齢、化学組成といった星を分類するようなパラメタの数で、 m は星の変動を支配するモードの数、 n は各変動量を時間間隔 τ だけ離してとるサンプリングの数である。第1の場合は、 $m = n = 1$ で、星は p -空間にプロットされる。星の進化の博物学では、進化の時間尺度が人間の寿命より長いので $n = 1$ で、モードは重力収縮又は核燃焼のモードで $m = 1$ であるから(熱不安定性のため $m = 2$ となることもある)、星は $H-R$ 図 ($p = 2$) にプロットされる。第2の場合は $p = 1$ (個々の星を扱う)で、 m 個の変動モードが相互作用する場合で、 n についてはいろいろな場合があるが、典