研究会報告

銀河の重力的集団化：熱力学的理論と数値計算との比較

伊藤　誠（京大理）

I.　Review of Thermodynamic Theory

宇宙における銀河の，特にクラスターにおける銀河の局所的な緩和時間は宇宙膨張の時間スケールに比べて十分に短いため，銀河の分布は十分に緩和しているものと見なすことができる．すなわち銀河の分布は準平衡状態にあるものと見なすことができ，重力を考慮に入れた熱力学を適用することが許される．

不完全気体の理論より，２体の相互作用がその距離にのみ依存する場合，状態方程式が次のように与えられることが知られている．（Hill,1956; Fowler,1936）

$$U = \frac{3}{2} NT (1-2b) \tag{2}$$

$$P = \frac{NT}{V} (1-b) \tag{3}$$

ここで温度 T は（k＝1）ランダムな運動エネルギーによって次のように表される．

$$K = \frac{3}{2} NT = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} m v_i^2 \tag{4}$$

また b は重力による correlation の効果を表しており，

$$b = -\frac{W}{2K} = \frac{2\pi G m^2 n}{3T} \int_0^\infty r\,\xi(r)\,dr \tag{5}$$

で与えられる．ただし $n=N/V$ である．

b は本来２体相関関数 $\xi(r)$ の形に依存するが，ここでは r による積分は行われたものとして b の（n，T）に対する依存性を考える．実際 b(n,T) は n と T のある特殊な結合した形を通じて n，T に依存することがわかる．

たとえば，無限に大きな，熱力学的に均一なシステムを考える．このシステムにおいて特徴的な距離は，唯一銀河間の平均的な距離 $\bar{r} \sim n^{-1/3}$ だけである．このとき b は $\bar{r}$ だけ離れた典型的な銀河の位置エネルギーと運動エネルギーの比 $Gm^2/n^{-1/3}T$ に依存すると考えられる．したがって

$$b = b(G^3 m^6 n T^{-3}) = b(nT^{-3}) \tag{6}$$

となり，b は n と T に対して nT^{-3} という形を通じて依存することが分かる．（6）式の事実は他にも独立な方法で導くことができる（Saslaw and Hamilton,1984）．

次に b の関数形を決定するために簡単な物理的考察を行う．まず重力の効果が無視できるような場合，すなわち十分に低密度，あるいは十分に高温の場合，b は0にならなくてはいけない．

i.e.　$n \to 0$ or $T \to \infty$ のとき $b \to 0$

また逆に，十分高密度，あるいは十分に低温の状態では，システムはビリアル平衡に達すると考えられ b は1に近づく．

$$\text{i.e.}\quad n \to \infty \quad \text{or} \quad T \to 0 \quad \text{のとき} \quad b \to 1$$

このような b の性質を持った最も簡単な関数形は,

$$b = \frac{b_o n T^{-3}}{1 + b_o n T^{-3}} \tag{7}$$

である.ここで $b_o (Gm^2)^{-3}$ は正の無次元の定数である.

次に熱平衡状態にあるとみなすことができる大きな重力系を考え,このシステムの中で小領域の集団を考える.各小領域は大きな熱源及び粒子源に接しているものと見なすことができる.このような集団は大正準集団であり,化学ポテンシャル μ 及び温度 T で特徴づけられる.

統計力学によると,ある体積 V の中にエネルギー状態が $U_j(N,V)$ で N 個の粒子を見いだす確率は,

$$P_{Nj}(V,T,\mu) = \frac{e^{-U_j/T+N\;/T}}{Z_G(T,V,\mu)} \tag{8}$$

で与えられる.ここで

$$Z_G(T,V,\mu) = \sum_{N,j} e^{-U_j/T+N\;/T} \tag{9}$$

であり,k=1とした.

このとき,ある体積 V の中に N 個の銀河が見つかる確率 f(N) は,(8) 式で与えられる確率 P_{Nj} をすべてのエネルギー状態 j について和を取ることによって得られる.

$$f(N) = \sum_j P_{Nj} \tag{10}$$

この和は状態方程式と b を用いて計算することができる.計算の詳細については省略するが,結果を示すと f(N) は,

$$f(N) = e^{-\bar{N}(1-b)-Nb} \frac{\bar{N}(1-b)}{N!} [\bar{N}(1-b)+Nb]^{N-1} \tag{11}$$

となる.ここで $\bar{N}=\bar{n}V$ であり,$\bar{n}$ は全システムの平均数密度である.

II. 観測との比較

実際観測と比較する場合,b を f i t t i n g パラメーターとして比較するのであるが,その前に注意しておかなければならないことは,f(N) の表す確率分布が2通りの意味に解釈できるということである.その一つは,銀河の個数Nを固定して考えたときに f(N) は様々な大きさの体積 V に対し,その中に N 個の銀河を見い出すことのできる確率を与える.いま一つは逆に体積 V の大きさを固定した場合で,このとき f(N) は空間内に任意に取った体積 V の中に何個の銀河が見つかるかを示す確率分布 $f_V(N)$ を与えることになる.

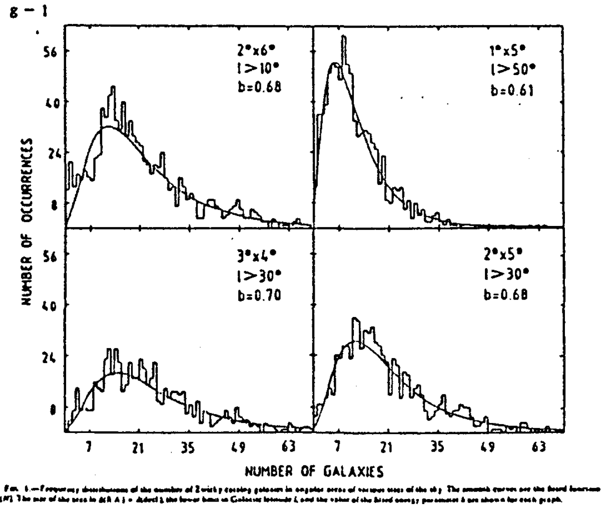
C r a n e a n d S a s l a w (1986) によって,f(N) と Z w i c k y カタログとの比較がなされた.このカタログには約29,000個の銀河の位置と等級が与えられ

ている．彼らはカタログ内のすべての領域は同じ深さまで survey してあるものとして，先に述べた２つの意味での確率分布を調べた．

(i) The Distribution $f_U(N)$

まず V を固定した場合についての比較だが，ここでは天球上でのある面積，すなわち実際には地球を頂点にした錐体状の体積を V として，その中にはいる銀河の個数の分布を調べて理論との比較を行っている．その結果を Ｆｉｇ－１ に示す．

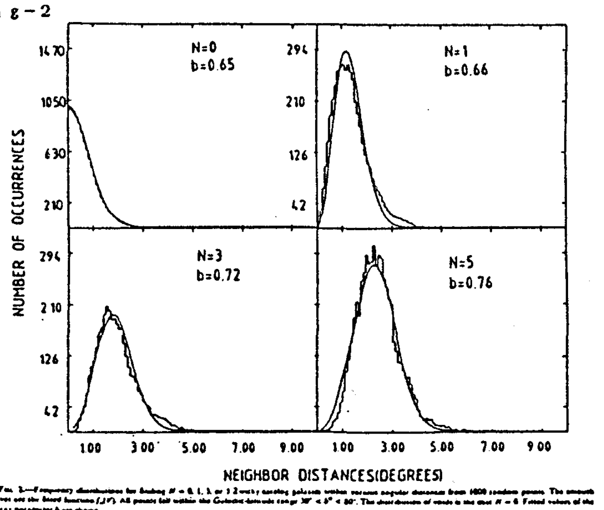
Fig-1



(ii) The Distribution $f_N(V)$

同様に，N を固定した場合についての比較は，まず天球上に１，０００個のランダムな点をとり，そこからの角距離（angular distance）を求めることによって $f_N(V)$を調べている．その結果を Ｆｉｇ－２ に示す．

Fig-2



Ｆｉｇ－１，２から明らかな様に，観測から得られた分布関数は理論と非常に良い一致を示している．またこれらの比較から得られた fitting value としての b の値は，b＝０．７０±０．０５ の範囲内にあることが分かった．

このように理論と観測が良く一致することは，銀河団に対する準平衡状態の仮定が，現実の銀河の分布を十分うまく説明し得ることを示しており，この意味において宇宙における銀河の分布は熱力学的に平衡に近い状態にあるということが強く示唆される．

これ以外にも，ＣｆＡ カタログとの比較や，Ｎ体数値計算との比較もなされていて（Hamilton et al.,1985; Saslaw and Hamilton,1984; Saslaw,1985）上に述べたのと同様な結果が得られている．

III．Simulations

理論との比較を行うために，Aarseth の COMOVEV code を用いて４０００体の数値計算を行なった．この code では comove 座標を用い半径が１の球の内部で銀河の位置と速度を計算している．境界条件は，システムの外へ出ていった銀河は，システム内へ反射されるるようになっている．

初期条件は全て Poisson 分布で，全ての銀河は１に規格化された同一の質量を持つ．また density parameter は $\Omega_0 = 1.0$，0.1，0.01，速度分散は $\sigma(v) = 0$(cold)，$\bar{r}H_i$(warm)，$3\bar{r}H_i$(hot) の各場合について計算を行なった．ここで $\bar{r}$ は初期の銀河間の平均距離，H_i は初期における Hubble 定数である．

IV．Analysis

Ｎ体数値計算の結果より得られた位置のデータから，$f_N(V)$ 及び $f_V(N)$ を計算する事ができる．

(1)３次元解析

まず $f_N(V)$ については，空間内に幾つかの点をランダムに発生させ，その点から１番目，２番目，３番目，．．．に近い銀河までの距離を測定する．そして各点でのＮ番目とＮ＋１番目の銀河までの距離を使って $f_N(V) = f_N(r)$ $(V = 4\pi r^3/3)$ を求める事ができる．ただしランダムに発生させた点を０番目とする．ここでは体積 V として球を考えている．今回は $N = 0 \sim 5$ について $f_N(r)$ を求めた．

同様に $f_V(N)$ の計算も Vとしてある定めた半径の球を考え，空間内にランダムに定めた幾つかの点を中心とし，その半径の球の中に幾つの銀河が入っているかを調べることによって $f_V(N) = f_r(N)$ $(V = 4\pi r^3/3)$ を求めることができる．半径 r としては０.１，０.２，０.３，０.４，を採用した．

(2)２次元解析

(1)の場合のように３次元の分布を用いずに天球上に投影した分布を用いた２次元解析も同時に行なった．観測との比較が２次元解析であるため，数値計算と観測結果とを比較する上でこの２次元解析は重要である．計算方法は(1)同様に，まず天球上に点をランダムに発生させ，その点から各銀河までの角距離 θ を測ることによって $f_N(\theta)$(N=0〜5)を，ま

た天球上の点から角距離θ(θ=0.1,0.2,0.3,0.4 rad)内に何個の銀河が含まれるかを調べることによってf (N)を求めることができる.

このようにして得られたf(N)に対してbを fitting parameter として理論との比較を行なった結果をFig－3，4に示す．これらのグラフから分かるように理論と数値計算の結果は非常によい一致を示していることが分かる．さらに fitting parameter b の値も3次元解析の場合b_{fit}～0.75，2次元解析ではb_{fit}～0.70程度で，観測から得られた値と良い一致を示している．

(3) $b_{abinitio}$

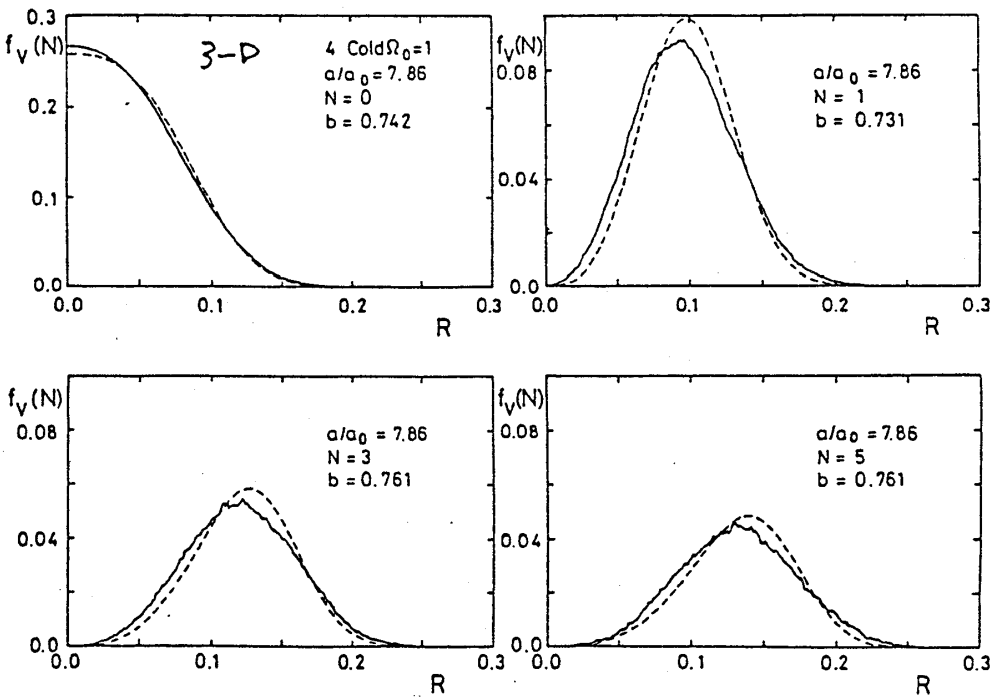
bの値はこのような fitting parameter としてだけではなく数値計算の結果から本来のbの定義（－W／2K）を用いても計算することができる．このbの値を$b_{abinitio}$と呼ぶ．これについては次節で議論する．

V. Relaxation

本来理論は parameter を含んでおらず，単一のbの値で全てのスケールに対して銀河の分布を再現できるはずである．しかしFig－3，4から分かるようにbの値にはかなりのばらつきが存在する．この理由は，理論は完全な平衡状態を仮定しているのだが，実際の銀河の分布はまだ完全な平衡状態に達していないためであると考えられる．

理論との比較という観点からから，平衡状態へ達するまでには次のような段階が存在するものと考えられる．

Fig-3



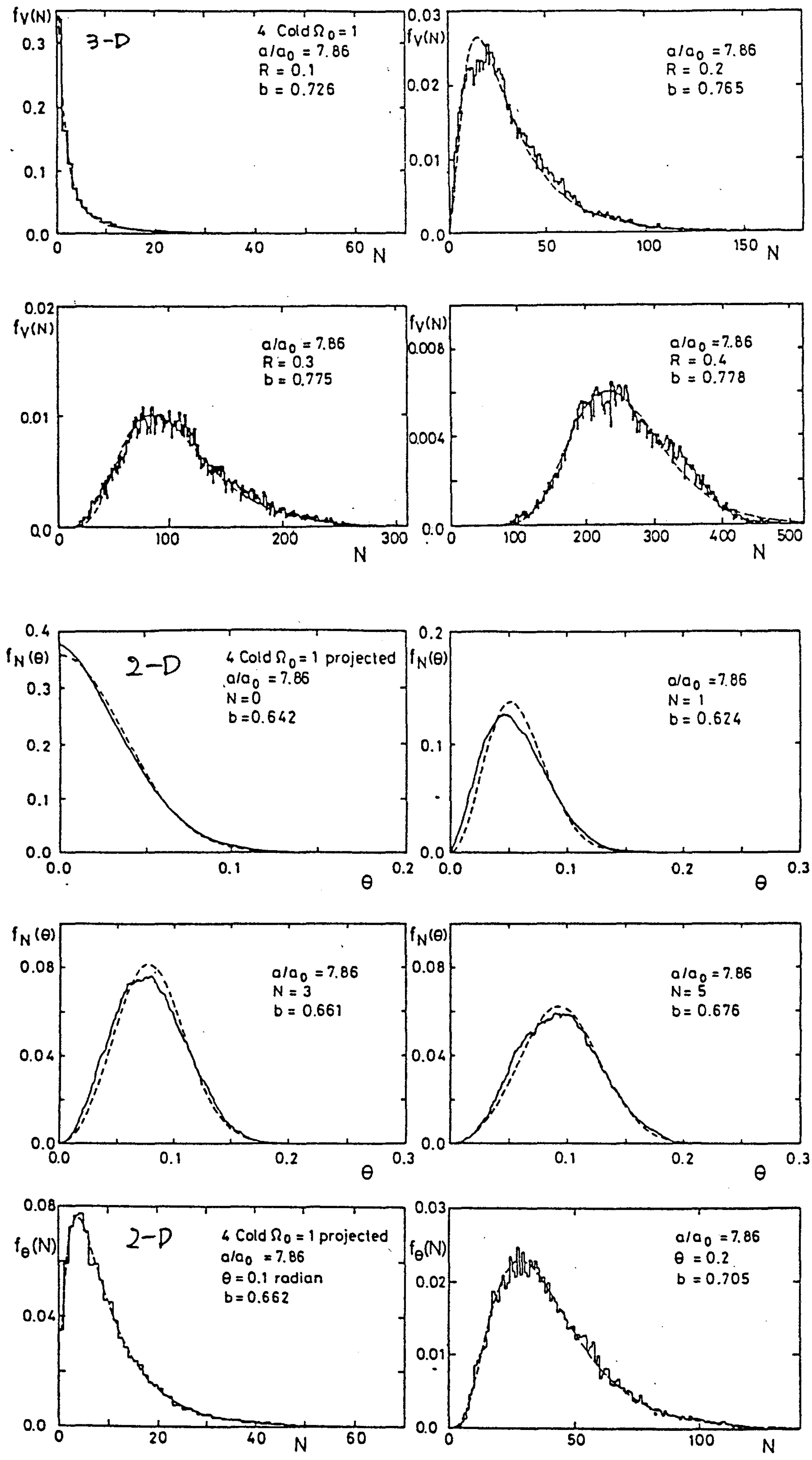
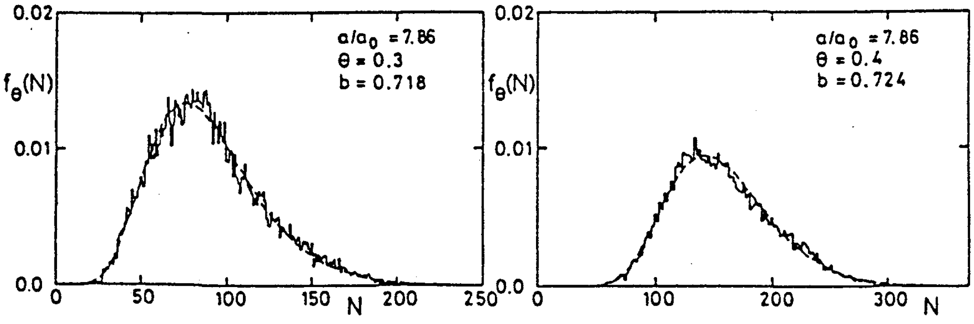

3-D
4 Cold Ω_0 = 1
a/a_0 = 7.86
R = 0.1
b = 0.726
$f_V(N)$
N
a/a_0 = 7.86
R = 0.2
b = 0.765
a/a_0 = 7.86
R = 0.3
b = 0.775
a/a_0 = 7.86
R = 0.4
b = 0.778
2-D
4 Cold Ω_0 = 1 projected
a/a_0 = 7.86
N = 0
b = 0.642
$f_N(\theta)$
θ
a/a_0 = 7.86
N = 1
b = 0.624
a/a_0 = 7.86
N = 3
b = 0.661
a/a_0 = 7.86
N = 5
b = 0.676
2-D
4 Cold Ω_0 = 1 projected
a/a_0 = 7.86
θ = 0.1 radian
b = 0.662
$f_\theta(N)$
a/a_0 = 7.86
θ = 0.2
b = 0.705

Fig-4



(1) b を適当に選べば f (N)がすべてのNに対して銀河の分布を再現することができる段階．ただしbの値はNによって大きく異なる．（bの値の分散大）

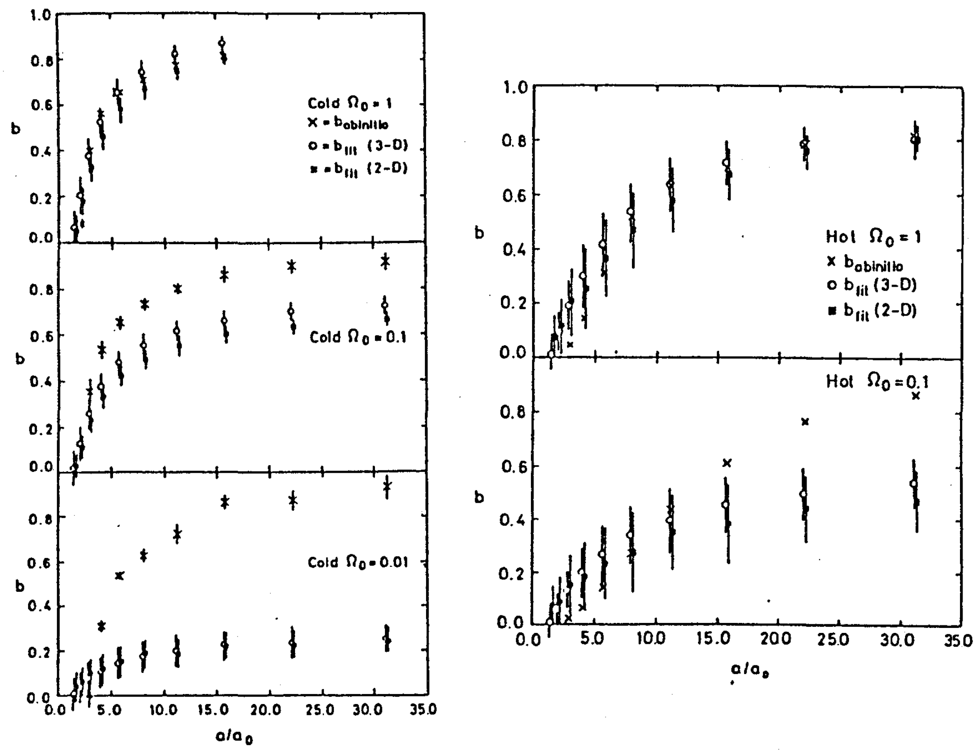
(2) 3次元解析，及び2次元解析から得られたbの値が一致するようになる．またbの値の分散が小さくなる．

(3) 3次元，2次元解析から得られたb，さらに $b_{abinitio}$ の値がすべて一致する．（完全な平衡状態：strong relaxation）

このように考えると今度は逆に，様々な方法で得られたbの値の分散の大きさや，相互の値のばらつきの程度が銀河の分布がどの程度 relax しているかを示す指標になると考えられる．

Fig－5にbの値が時間とともにどの様に変化して行くのかを示す．これから分かるように density parameter が小さいほど，また速度分散が大きいほどbの値の分散が大きく相互のbの値のばらつきも大きく十分 relax していないことが分かる．

Fig-5



VI.　まとめ

以上の結果をまとめると，
(1)熱力学的理論は銀河の分布を非常に良く再現することができ，銀河の分布は f(N)へ急速に relaxation して行くことが分かる．
(2)パラメータ依存性は b_{fit} と b_{obs} との比較から density parameter は $\Omega_0 \geqq 0.1$ でなければならず，速度分散 $\sigma(v)$ はcold or warm でなければならない．
(3) $b_{abinitio}$ の値は density parameter に大きく依存するため，観測的に $b_{abinitio}$ を決定することができるのならば density parameter に制限を加えることができるであろう．

今後の課題として non-Poisson 分布から始めた解析や，mass spectrum を与えた解析などを行なう予定である．

Refereces

Crane, P., and Saslaw, W.C., 1986, Ap. J., 301, 1.
Fowler, R.H., 1936, Statistical Mechanics (Cambridge UP).
Hamilton, A.J.S.J, Saslaw, W.C., and Thuan, T.X., 1985, Ap. J., 297, 37.
Hill, T.L., 1956, Statistical Mechsnics (New York: McGraw-Hill).
Saslaw, W.C., 1985, Ap. J., 297, 49.
Saslaw, W.C., and Hamilton, A.J.S., 1984, Ap. J., 276, 13.