

研究会報告

2) H. Fujisaka and M. Inoue, Prog. Theor. Phys. **78** (1987) 268.

3) H. Fujisaka and M. Inoue, Prog. Theor. Phys. **78** (1987) 1203.

4) H. Fujisaka and M. Inoue, to appear in Prog. Theor. Phys.

(Characterization of Statistically Homogeneous Fluctuations-Fluctuation Spectrum and Spatial Correlation-).

26. 規格化ピアソン表示を用いた一次元非定常カオスの解析

麻布大・獣医 永井喜則, 山梨学院大・経営情報 市村 純
アドバンス・自然研 土屋 尚, 早大・理工 相沢洋二

われわれは, "一定距離進んだらランダムに方向変換をする" 二次元ランダムウォークである所のピアソンウォークを利用して, 一次元カオスを視覚化することを試みた¹⁾。この結果, 周期状態, カオス状態を, すべての初期値を原則的に含む単位円を一次元写像により発展させて生ずる視覚像 (ピアソンイメージとわれわれは名付けた) の相異として見る事ができた。

文献1)ではピアソンイメージの定性的性質を考察した。さらにわれわれはピアソンイメージの定量的研究を行い, 従来のカオス研究で調べられている物理量とピアソンイメージの関係を考察し, 次の関係式が成り立つことを見出した²⁾。

もともとのピアソンイメージ $Z_n(\alpha, x_0)$ を規格化したイメージ $Z_n(\alpha, x_0)/n$ は,

$$\frac{Z_n(\alpha, x_0)}{n} = \int_0^1 e^{i\alpha x} \rho_n(x, x_0) dx \quad (I)$$

という形で測度 $\rho_n(x, x_0)$ と結びつく。言い換えると規格化ピアソンイメージは測度 $\rho_n(x, x_0)$ の特性関数を視覚化したものになっている。ここで $Z_n(\alpha, x_0)$ の n はウォークのステップ数, α は方向変換するときの最大転回角, そして x_0 はウォーカーが出発する一次元写像の初期点を表わしている。また $\rho_n(x, x_0)$ は, 一次元写像を f として,

$$\rho_n(x, x_0) \equiv \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} \delta(x - f^k(x_0)) \quad (II)$$

で定義されている。

(I)式から判ることは, 一次元写像 f がエルゴード的不変測度 $\lim_{n \rightarrow \infty} \rho_n(x, x_0) = \rho(x)$ をもつ

ときには、規格化ピアソンイメージは一点に収束してゆく。また、カオス状態での規格化ピアソンイメージを数種類の一次元写像で具体的に描き、イメージの収束速度を求めると、ほぼ $n^{-\frac{1}{2}}$ で収束してゆくことが判った。(I)式から判る前述の結果とイメージの収束速度の実測結果から、任意の写像 f で発展させた規格化ピアソンイメージが $n^{-\frac{1}{2}}$ の速度で収束してゆくならば、写像 f は不変測度をもつことが示唆される。

これから、規格化ピアソンイメージの収束の速さとカオスの性質とに何らかの関係が存在することが期待される。

われわれは定常でないカオスがあるとしたら、そのような非定常カオスがピアソンイメージとしてどのように表現されるのかに関心を抱いた。相沢ら³⁾は Modified Bernoulli 写像が産み出すカオスに非定常領域があることを主張した。Modified Bernoulli 写像は次式で表現される。

$$x_{n+1} = \begin{cases} x_n + 2^{b-1} x_n^b & (0 \leq x_n \leq \frac{1}{2}) \\ x_n - 2^{b-1} (1 - x_n)^b & (\frac{1}{2} < x_n \leq 1) \end{cases}$$

この写像では $b = 1.5$ を越えたパラメータ値で二次のモーメントが発散し、更に $b = 2.0$ を越えると一次のモーメントも発散することを見出した。 $b = 2.0$ を越えたパラメータ値ではラン分散も収束しないので、カオス時系列に非定常性があると考えられる。

われわれは代表値として、 $b = 1.2, 1.8, 2.5$ を選び、それぞれのパラメータ値での規格化ピアソンイメージを描いた。100 step のときの各パラメータ値の規格化ピアソンイメージを図1に示す。また1000 step のときのそれらを図2に示す。更に規格化ピアソンイメージの収束速度を図3に示しておく。

これらの結果から定性的に言えることをまとめる。

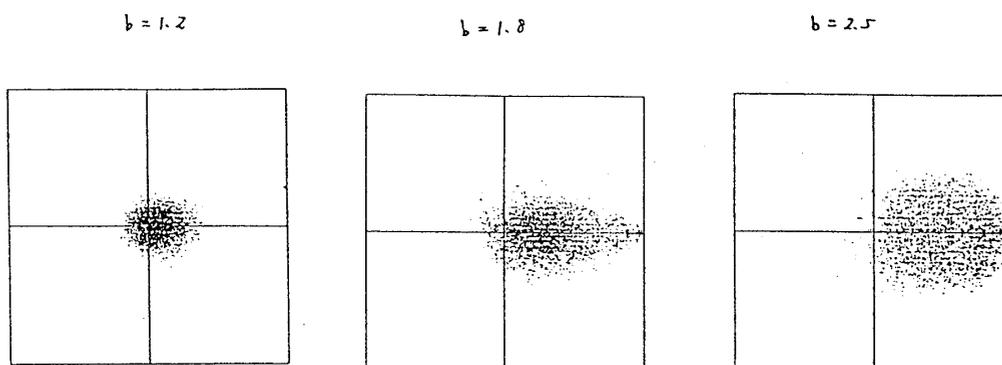


図1 100 step のときの Modified Bernoulli 一次元写像の規格化ピアソンイメージ。パラメータ値は $b = 1.2, 1.8, 2.5$ である。

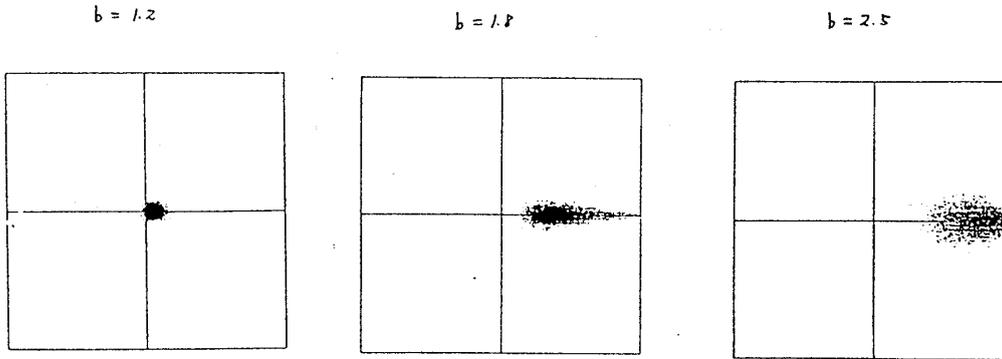


図2 1000 stepのときの Modified Bernoulli 一次元写像の規格化ピアソンイメージ。パラメータ値は $b=1.2, 1.8, 2.5$ である。

$b=1.2$ のところではイメージは約 $n^{-\frac{1}{2}}$ の速さで原点から少し離れた点に収束してゆくことが示唆される。 $b=1.8$ の規格化ピアソンイメージは右端の一点から気球のようにのびている。上下方向の収束はほぼ $n^{-\frac{1}{2}}$ であるが、左右方向の収束がゆっくりになっている。この場合の規格化ピアソンイメージは線分に収束してゆく可能性もある。 $b=2.5$ になると右端に線分領域が現われてくる。イメージの収束は上下方向、左右方向とも $n^{-\frac{1}{2}}$ よりゆっくりになっている。このパラメータ値ではエルゴード的測度が存在していない可能性も考えられる。

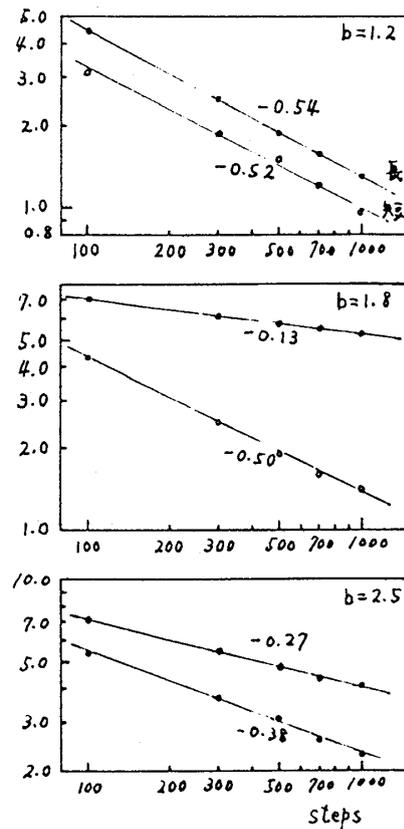


図3 Modified Bernoulli 一次元写像の規格化ピアソンイメージの収束速度。パラメータ値は $b=1.2, 1.8, 2.5$ 。黒丸は左右方向の長さ、白丸は上下方向の長さの収束を調べたものである。イメージは左右方向に細長くなっている。横軸はステップ数、たて軸はイメージの各方向の長さを表す。たて軸の単位は適当に選んである。

文献

- 1) Y. Nagai, A. Ichimura, T. Tsuchiya: Physica **134A** (1985) 123-154
- 2) Y. Nagai, A. Ichimura, T. Tsuchiya; To appear in Physica A
- 3) Y. Aizawa, T. Kohyama: Prog. Theor. Phys. **71** (1984) 847-850