

1. 対生成・対消滅のある d 次元拡散系の漸近的時間発展

藤岡 琢志

反応 $A + B \rightarrow 0$ に従う d 次元拡散系については既に多くの研究があり、T.W. 効果等^{1), 2)} が良く知られている。しかし可逆的な反応系 $A + B \leftrightarrow 0$ についての研究はまだ少ない^{2), 3)}。今回の修論のテーマは、 $A + B \leftrightarrow 0$ における粒子数が同数の場合の密度 $n(t) = n_A = n_B$ の時間発展及び、粒子のクラスター形成を調べる事である。

我々は相関関数；

$$C^{AB}(r, t) = (\text{Aが原点にある時, } \vec{r} \text{ に B を見出す確率密度})$$

を導入する。この相関関数は A と B の相関がなくなる様な十分大きい r に対しては $C^{AB}(r, t) = n_B(t)$ etc となる。粒子のクラスター形成の有無は相関粒子数 $N_c = \int d^d r |C^{AB}(r, t) - C^{AB}(r \rightarrow \infty, t)|$ を用いて調べられる。

C^{AB} , C^{AA} について YBG 近似⁴⁾ に対応した発展方程式を導き⁵⁾ それを解く事により系の振舞いを調べる。random 初期分布を仮定し、充分時間がたった時の解を求めると次の結果を得る。

$$\Delta n(t) \sim \begin{cases} n(0) t^{1-d} & (d < 2) \\ n(0) t^{-1} \ln t & (d = 2) \\ n(0) t^{-d/2} & (d > 2) \end{cases}$$

$$C_e^{AA}(r) = C_e^{AB}(r) \quad (r > O(a)),$$

$$N_c \sim \begin{cases} t^{1-d/2} & (d < 2) \\ \ln t & (d = 2) \\ O(1) & (d > 2) \end{cases}.$$

ただし、添字 e は平衡値、 Δ は平衡値からのずれを意味し、 $a = (\text{capture radius})$, $n(0) = (\text{initial density})$ である。

以上より $A + B \leftrightarrow 0$ に従う d 次元拡散系の臨界次元は $d = 2$ であり、density $n(t)$ は random 初期分布に大きく依存する ($n(0)$)。

又、粒子のクラスターは平衡状態では存在せず、漸近的時刻に於いては $d < 2$ でクラスターが現れ、 $d \rightarrow 1$ で clear, compact となる事がわかった。Kang と Redner (1985)²⁾ は、この

系と同等な系の直観的な議論により $n(t) \sim t^{-d/2}$ を導いているが、これは $d > 2$ でのみ正しい。

References

- 1) D. Toussaint and F. Wilczek, J. Chem. Phys. **78** (1983) 2642.
- 2) K. Kang and S. Redner, Phys. Rev. **A32** (1985) 435.
- 3) D. F. Calef and J. M. Deutch, Ann. Rev. Phys. Chem. **34** (1983) 493.
- 4) See, for example, P. A. Egelstaff, *An Introduction to the Liquid State*, Academic Press, London and New York, 1967.
- 5) S. Kanno, Prog. Theor. Phys. **79** (1988) No. 6.

2. 異常揺動における空間的ゆらぎの効果

山 中 隆

液晶のウィリアムズ・ドメインのパターン形成に関する実験が甲斐達によって行われている¹⁾。彼等はディレクターのパラメータ発振の振幅の空間的平均を ϕ としたとき、次のような量

$$\langle y(t) \rangle = \langle \phi(t) / \phi(\infty) \rangle, \quad \langle (y(t) - \langle y(t) \rangle)^2 \rangle$$

を観測し、ゆらぎの異常揺動理論²⁾と比較している。それによると、実験結果は理論とよく合うが、分散は後期過程（ピークを過ぎた後）でいくぶん大きな方にずれることが観測されている。

ここでは、TDGL方程式に従うオーダーパラメータについて、その空間平均の時間変化と分散について、オーダーパラメータの空間的なゆらぎを考慮に入れて計算した。上の $\langle y(t) \rangle$ やその分散をちゃんと計算しようと思えば、時刻 t と $t = \infty$ における条件確率が必要になり、非常にむずかしくなるので、あらかじめ、オーダーパラメータの値を不安定点からわずかにずらした状態から出発し、初期の空間的なゆらぎも小さいと仮定して、オーダーパラメータの時間変化と分散を計算した。

マスター方程式から出発し、TDGL方程式が出るように遷移確率をとり、それから分散に対する発展方程式を導き、それに基づいて計算を行った。結果は、オーダーパラメータの時間変化は、空間的なゆらぎを考慮に入れない場合とあまり大きくはずれないが、分散は後期過程