観測理論の問題点
ーー福田理論は“波束の収縮”を与えるか？

並木　美喜雄　　　早大理工

昨年のこの研究会の報告に、福田理論への質問と要望を書いたが、その後回答をいただいていない。今回の研究会での討論を望んだが、受け入れられなかった。しかし、初日の牧氏の講演に対する討論が時間不足であったため、急きょ最終日に追加セッションを設け、観測理論についての議論をすることになった次第である。そのときの話と後日の福田氏との討論をもとに、私の見解をまとめたのがこの小文である。

私の意見を率直にいえば、福田理論はーー今のままでは一般論でもモデルでもーー“波束の収縮”を与えない。しかし、福田理論は最近の場の理論の技術、例えば、effective action法を駆使するなど、興味深い点が多々ある。本質的な点について改善すれば、重要な観測理論として位置づけられよう。そのためには、いままで何が観測理論の問題点であったかを知る必要がある。ここではそれを取り上げたい。

また、宇宙論との関連において、最近興味をもたれている多世界理論についても批判しておきたい。多世界理論が確率解釈を、要請としてではなく結果として与えるという点に対してである。この批判は牧氏の講演とも関係があると思う。

以上の目的のためには、量子力学における状態とは何であるかという問題から出発する必要があろう。

1.　量子力学的状態について

最も包括的な量子力学的状態の定義は、公理論的展開で与えられている。以下、その要旨を述べる。あまり厳密ではないが、お許しください。

はじめに、物理量を表わすc*代数またはノイマン環、の元F，・・・、がある。状態はF，・・・に期待値（実数）＜F＞，・・・を対応させる機構（汎関数）として定義される。確率解釈は＜F＞が期待値であるという設定に含まれてい

る（この種の設定なしに確率が出てくることはない）。その状態の表現空間は一般的には次の大ヒルベルト空間である：

$$\mathcal{H}=\mathcal{H}_0+\mathcal{H}_1+\cdot\cdot\cdot+\int d\mu(\zeta)\mathcal{H}(\zeta) \qquad (1)$$

ただし、＋は直和、$\mu(\zeta)$は連続パラメータζの滑らかな関数を表わす。この直和空間のベクトルΨを使えば、期待値はＧＮＳ構成法によって

$$\langle F\rangle=(\Psi,\ F\Psi) \qquad (2)$$

のように書ける。ここで$\mathcal{H}$のΨは純粋状態ばかりでなく、混合状態をも表わすことに注意してほしい（一般論としては、Araki，具体的実現の一例としては、Umezawa-Takahashi）。しかし周知のように、密度行列を用いる方が便利なことが多い。（１）の表現空間$\mathcal{H}$の上の密度行列は

$$\rho=\rho_0+\rho_1+\cdot\cdot\cdot+\int d\mu(\zeta)\rho(\zeta) \qquad (3)$$

である。

（１）の離散和の部分をdiscrete-superselection-rule-space、連続積分の部分をcontinuous-superselection-rule-spaceと呼ぶ。前者の添字は一般的には必ずしも系の自由度を表わすものではないが、これからはその自由度を表わすものとして話を進めよう。たとえば、$\mathcal{H}_N$＝｛Ｎ粒子系状態のヒルベルト空間｝である。このとき、

$$\lim(N\to\infty)\mathcal{H}_N \subset \int d\mu(\zeta)\mathcal{H}(\zeta) \qquad (4)$$

が成立する。また、continuous-superselection-rule-spaceは“center”をもつ。“center”は可換な物理量、すなわち古典的またはマクロ的な物理量の表現に対応する部分空間である。この意味で“center”（一般的にはcontinuous-superselection-rule-space）は古典力学系やマクロ系を表わすのにふさわしい。Machida-Namiki-Araki理論はそれを積極的に利用したものである。[1,2,3] 福田理論もその性質を使っている。[4]

なお、$\mathcal{H}_N$（Ｎ有限）上の物理量Ｆが非可換でも、$\lim(N\to\infty)F$が可換になって、“center”に対応する場合がある（平均量などがそのよい例である）。そのさい、表現をunitary-inequivaqlentなものに移行させておく必要がある。この事実はかなり以前にArakiによって指摘されていた。私たちも、一次元エマルジョンという具体的な測定器モデルの議論において、AgBr分子の解離確率（Ｎ無限大の極限で最後にgrain densityに結びつく量）に対応する力学量がその性

質を持つことをみた。[3] このようなところにも“波束の収縮”が一種の相転移であるという性質が反映されている。[3] 私たちの理論の重要な主張の一つはその点にあった。福田理論も同種の議論によって、測定器の行動を表わす古典的な物理量を導き出している。[4] たしかに福田理論と私たちの理論はよく似た性格を持っている。しかし、本質的に違う点がある。その相違点については次の節以降で議論したい。

2．“波束の収縮”とは何であるか——観測理論の課題

まず、von Neumann の測定過程から出発しよう。対象系Ｑの物理量Ｆの（第一種）測定を考える。ただし、$Fu_k=\lambda_k u_k$。Ｑは重ね合わせ状態、$\phi=\Sigma_k c_k u_k$，にあるものとする。von Neumannは、測定器を定義して、過程

$$u_k\times\Phi_0 \rightarrow u_k\times\Phi_k\exp(i\gamma_k) \tag{5}$$

を与えるものとした。Φ_0，Φ_kは測定器系Ａの測定前後の状態である。なお、位相因子$\exp(i\gamma_k)$はΦ_kの中に含めておいてもよいが、後の議論のために明記しておいた。（５）はＱの初期状態が、u_kであった場合だが、一般の初期状態ϕに対しては、測定過程は

$$\begin{aligned}\Psi_I=\phi\times\Phi_0&=\Sigma_k c_k u_k\times\Phi_0\\ &\rightarrow \Sigma_k c_k u_k\times\Phi_k\exp(i\gamma_k)=\Psi_F\end{aligned} \tag{6}$$

となる。これは重ね合わせの原理が測定過程に対して成立するという要求の直接の結果であった。$\Psi_I\rightarrow\Psi_F$がvon Neumannの測定過程である。

von NeumannもWignerもΨ_Fは依然として純粋状態であり、（６）は混合状態への移行である“波束の収縮”を表わさないと考えた。そのため、周知のとおり、脳細胞にいたる観測の連鎖を導入したが、どの段階も物理的過程である限り（６）が成立して、“波束の収縮”は実現しない。結局、“抽象的自我”または“意識”が“波束の収縮”を与えるとした。この考えに対して、シュレディンガーの猫をはじめとする批判や反論が提出されたことはよく知られている。とくに、WignerとRosenfeld（エルゴード増幅派）との論争は有名であったし、多世界理論もこの考えの拒否から生まれた。しかし、ここではその詳細には立ち入らない——文献(3)を参照していただきたい。Wignerは現在の量子力学は“波束の収縮”を与えるような理論体系ではないとまで極言している。（６）

が“波束の収縮”を与えない最大の理由は、全観測過程に対して重ね合わせの原理を要求するところにある。後に、Wignerはこの点を一般化し、Wignerの定理としてまとめあげた。これは、Ｑが重ね合わせ状態にあり、Ａが混合状態にある初期状態から出発したとき、unitary time evolutionによっては、“波束の収縮”は得られないという数学的証明である。ただし、Ａの混合状態は単一のヒルベルト空間で構成されていたことに注意する必要がある。 Machida-Namiki理論は測定器のマクロ性を多数のヒルベルト空間の連続直和を用いて表わすことによって、この定理を突破した。

さて、Φ_kの添字ｋは測定器系Ａが系Ｑの状態u_k（Ｆの固有値λ_k）を観測したことを示す“印”だが、通常、Ａのマクロ的物理量のとる値が用いられる。しかし、小沢氏の話にもあったように、一般に、$\{\Phi_k\}$はｋについて直交系をつくるわけではない。von Neumannの測定過程（６）では、Φ_kはＡの一つの力学量の固有状態であり、従って、直交性を持つものとされていた。 しかし、Araki-Yanaseは加法的保存量と可換でない力学量の測定に対しては（６）は成立しないが、十分大きな系に対しては任意の精度で近似的に成り立つことを示した。Φ_kの直交性はそのように考える必要がある。すなわち

$$(\Phi_k,\ \Phi_l)=\delta_{kl}+\varepsilon(N) \tag{7}$$

Ｎは Ａのサイズをあらわすパラメータであり、$N\to\infty$で$\varepsilon\to 0$となる。福田理論もその点は同様であるが、Araki-Yanaseは（６）をもって、“波束の収縮”としたわけではない。その理由を考えよう。

（６）を密度行列$\rho_I=|\Psi_I\rangle\langle\Psi_I|$，$\rho_F=|\Psi_F\rangle\langle\Psi_F|$で書き直せば

$$\rho_I\to\rho_F \tag{8}$$

となるが、ρ_Fを次のように分解する。

$$\rho_F=\rho_{F.D}+\rho_{F.OD}\quad ; \tag{9a}$$

$$\rho_{F.D}=\Sigma_k|c_k|^2|u_k\rangle\langle u_k|\times|\Phi_k\rangle\langle\Phi_k| \tag{9b}$$

$$\rho_{F.OD}=\sum_{k\neq l}\sum c_k c_l \exp(i(\gamma_k-\gamma_l))|u_k\rangle\langle u_l|\times|\Phi_k\rangle\langle\Phi_l| \tag{9c}$$

問題は（６）と（７）が成立しても、$\rho_{F.OD}$がゼロ演算子であるかどうかという点にある。$\rho_{F.OD}$が消滅していれば、（８）は

$$\rho_I\to\rho_{F.D} \tag{10}$$

となり“波束の収縮”を表わす。$\rho_{F,OD}$がゼロでなければ、（6）または（8）は“波束の収縮”を記述していない。$\rho_{F,OD}$がゼロであるかどうかを見るために、まず（9b）と（9c）のAについて部分トレースをとってみよう。

$$\mathrm{tr}_A \rho_{F,D} = \Sigma_k |c_k|^2 |u_k\rangle \langle u_k| \qquad (11a)$$

$$\mathrm{tr}_A \rho_{F,OD} = \varepsilon(N) \qquad (11b)$$

ただし、（11b）では（7）の意味での$\{\Phi_k\}$の直交性を用いた。たしかにN無限大の極限で$\rho_{F,OD}$のトレースはゼロになる。しかし、だからといって、$\rho_{F,OD}$自身がゼロになっているわけではない。その証拠として、$\rho_{F,OD}$の2乗の部分トレースをとってみよう。

$$\mathrm{tr}_A \{\rho_{F,OD}\}^2 = \Sigma_k |c_k|^2 \{1 - |c_k|^2\} |u_k\rangle \langle u_k| + \varepsilon(N) \qquad (12)$$

これはN無限大の極限でもゼロではない。ゼロでない2乗トレースを持つ演算子が、ゼロ演算子であるはずはない。したがって、（7）が成立しても（6）は違うkの間の位相相関を保持しており、“波束の収縮”を表わしてはいない。（12）はγ_kが乱雑位相であっても成立する。この論旨は－－そのままではないが－－FurryがGreenの理論を批判したときに用いたものに似ている。

この場合、極限操作N→∞とトレース演算との順序を逆にしては行けない。Nは非常に大きな量であるが、あくまでも有限である。すべての計算の終了後にはじめて、極限操作N→∞が許される。これは観測理論にとって極めて重要な問題点である。

ここで福田理論を再考しよう。福田理論の本質は次の3段階の論理展開にある：

（i）　位相のずれγ_kがAのサイズ（粒子個数Nまたは体積V）に比例して増大し乱雑位相、$\gamma_k = \underline{\gamma}_k V$、を生む。

（ii）　その結果として、NまたはV無限大の極限で、違うkのΦ_kが互いにunitary-inequivalentなヒルベルト空間に落ちる。unitary-inequivalentな空間に属する二つのベクトルには位相相関はない。したがって、（6）は“波束の収縮”を表わしている。しかも、その“波束の収縮”はΔt（$\gg (V\underline{S})^{-1}$）以内の時間で実現する。すなわち、V無限大の極限では瞬時に“波束の収縮”が起きる。

（ｉｉｉ） その結果として、ＮまたはＶ無限大の極限で、Ａは完全に決定論的な運動を行なうようになり、すべての“ゆらぎ”は消える。その運動が測定結果を提示する。

第一段階の結論（ｉ）はMachida-Namiki理論と同じである。私たちは具体的推論に際してサイズを表わすために、長さ変数を用いたが、文献(1)や(3)でも強調したように、Ｎでもよいし、Ｖでもよいし、またcurrentとかfluxのようなマクロ変数でもよいのである。しかし、その位相をランダムと見て良いかどうかは実験条件によって違う。この問題の分析から“波束の収縮”の実現に対する条件(criterion)が出てくるのである。

（ｉｉ）については、いま議論したばかりである。すなわち、はじめに極限操作Ｎ→∞をとってはいけない。２乗トレースについての上記の議論はそのまま福田理論に対する批判として成立する。（６）のままでは、乱雑位相を持ったとしても、“波束の収縮”を与えない。一方、“波束の収縮”が瞬時に実現するという主張は、もしもミクロ時間尺度の上の話ならば、misleadingである。測定過程は、マクロ的には瞬間的過程であるように見えても、ミクロ的にはほとんど無限に長い時間を使って行われるものである。Machida-Namiki理論では後者を時間発展演算子がＳ行列に移行する過程として表した。Ｎ→∞などの極限移行に際しては、時空間尺度の変更を導入する必要があるのである。この操作は不可逆過程論ではいつも行われているーーたとえば、van Hove limitにおける時間のrescalingなど。私達はミクロとマクロの二つの時間尺度をもって測定過程を見なければならない。

（ｉｉ）の主張はK. Hepp[5]の理論を思い出させる。HeppはすでにＮ無限大の極限で、（６）のΦ_kが互いにunitary-inequivalentなヒルベルト空間に落ちるという証明を与えている。その点に関しては福田理論はHepp理論と本質的に同じであって、新しいところはない。したがって、上記の批判はHepp理論にも適用される。すなわち、$\rho_{F.OD}$は消滅せず、（１０）の意味での“波束の収縮”は実現されない。ただし、Heppは瞬時に“波束の収縮”が起きるとはいっていない。

これに対して、Machida-Namiki理論は‘一操作’をつけ加えて、$\rho_{F.OD}$を消滅させて“波束の収縮”を導出した。結果として“収縮”後の状態はｋについ

てunitary-inequivalentなヒルベルト空間の直和上で表わされるものとなった。ここが似て非なるところである。付け加えるべき‘一操作’は後述するが、それは第三段階の結論（ｉｉｉ）に対する批判とも結びつく。ＮまたはＶ無限大の極限を先にとり、すべての“ゆらぎ”を消し去ることは明らかに行き過ぎである（“ゆらぎ”を完全に無視したとき、波束の収縮が起こらないことは、福田氏の測定器モデルにおいても示される－－次節参照）。この問題について考えよう。

Ａがマクロ系であれば、Ａに属するマクロ的物理量のとる値ｋが同じでも、無数に違うＡの内部状態がありうる。したがって、Ａの状態を完全に指定するにはｋの他に多数のパラメータが必要である。幾たびかの測定で、測定器が同じ結果ｋを与えたとしても、Ａがまったく同じ状態にあるとは限らない。上記のマクロ物理量の取る値は同じでも、他の内部状態が違う。同様の事情はＡの初期状態Φ_0についてもいえる。添字０は通常マクロ変数の一つの値（例えば指針の初期位置）を表わしている。その値が同じでも、異なる内部状態が有り得る。典型的な量子力学的測定では、多数の対象系が定常ビームによって測定器に送り込まれ、そのひとつひとつがＡ（一般的には、その局所系）と相互作用して、力学量Ｆの測定を行なう。各対象系はいずれも同じ初期状態ϕにあるが、Ａの局所系の初期状態は－－マクロ変数の値０が同じでも－－必ずしも完全に同じではない。ひとつの対象系が初期状態Φ_0にあるＡと相互作用した後、適当なrecovery timeを経て、Ａはマクロ的には同じ初期状態Φ_0'に戻って、次の対象系と相互作用して次の測定を行なうが、Φ_0とΦ_0'とでは一般に内部状態が違う。また、マクロ変数の指定はミクロ的にはある幅をもってしか行えない。マクロ変数によるマクロ系の状態の指定には、必ずある“ゆらぎ”がともなう。一般に測定器内（一般的には、その局所系）の粒子個数が違うかもしれないし、また個数が同じでも粒子間の相互間隔などが内部運動によって違う可能性がある。体積さえもミクロ的にはゆらいでいる場合がある。これは同時に、各測定後の測定器系Ａの内部運動とそれにもとずく“ゆらぎ”を無視できないことを意味している。このようなマクロ系の状態は一般に単一のヒルベルト空間で記述することはできない。

多数の対象系Ｑからなる定常ビームを測定器系Ａに送り込み、それで得た多

数の測定値を統計的に処理するのが量子力学的測定である。定常的なビームとマクロ系である測定器Ａとの相互作用を扱うのに、多数のヒルベルト空間の連続直和空間上でのＡの表現が不可欠であるのは上記の理由による。これがMachida-Namiki理論の基本的立場であった。福田理論と私たちの理論との本質的相違はこの点にあり、また、continuous-superselection-rule-spaceという数学的枠組みを用いることの物理的背景もそこにある。

この点を考慮にいれながら、私たちが付け加えるべき‘一操作’について述べよう。（６）または（８）が乱雑位相を持つにも関わらず、ゼロでない２乗トレースを持つ$\rho_{F,OD}$を与えたのは、（したがって、“波束の収縮”を与えなかったのは）、簡単にいえば、乱雑位相を平均する機構がなかったからである。上述の事情を考慮に入れれば、測定器系と多数の対象系との相互作用の結果全体を統計的に扱うには、私たちは－－測定器系の特定のマクロ変数がある値を取るという拘束条件のもとで－－測定器内部状態について（８）の平均をとらなければならない。この平均操作を記号W_Aで表わそう。すなわち、

$$\Xi_I = W_A \cdot \rho_I, \qquad \Xi_F = W_A \cdot \rho_F \tag{13}$$

とおけば、測定過程は

$$\Xi_I \to \Xi_F \tag{14}$$

と書くことができる。（１３）は測定器系の状態をcontinuous superselection-rule spaceで表したものだが、平均操作W_Aの内容と効果はＡと各Ｑとの相互作用およびＡの内部運動によって、基本的には力学的に決まるものである。したがって、これは原理的には、考えている状況に応じて、量子力学によって導かれるものであり、単にad hocに導入されたものではない。Machida-Namiki理論では、ＡとＱとの相互作用に対しては、ＱとＡの局所系とのelementary interactionのＳ行列の構造を考慮し、Ａの内部ゆらぎに対しては局所系のサイズの統計分布で代替させて、乱雑位相についての平均操作に到達した。詳細は文献 (1)特に(3)にゆずり、ここでは結果だけを述べる。位相についての平均を

$$\langle \exp(i(\gamma_k - \gamma_l)) \rangle = \varepsilon_{kl} = O(\varepsilon) \tag{15}$$

と書けば、

$$W_A \cdot \rho_{F,OD} = \sum\sum_{k \neq l} c_k c_l^* \varepsilon_{kl} \,|\, u_k \rangle \langle u_l \,|\, \times \,|\, \Phi_k \rangle \langle \Phi_l \,|$$

$$= O(\varepsilon)$$

となり、これは

$$\varepsilon \ll 1 \tag{16}$$

であれば無視することができる。この場合、測定過程（１４）は

$$\Xi_I \to \Xi_F = \Sigma_k |c_k|^2 |u_k\rangle \langle u_k| \times |\Phi_k\rangle \langle \Phi_k| + O(\varepsilon) \tag{17}$$

となり、たしかに（第一種の場合の）“波束の収縮”を表わす（一般の測定過程に対しては(3)などを参照していただきたい）。（１６）が“波束の収縮”実現のための条件である。εはしばしばＡの粒子個数または自由度Ｎ無限大の極限でゼロになる。この意味で“波束の収縮”は一種の相転移である。

さて、（１６）と逆の場合、すなわち

$$\varepsilon > 1 \tag{18}$$

の場合もありうる。このときは明らかに“波束の収縮”は起こらず、位相の相関は保持される。後で見るように、ミクロ系はマクロ系と相互作用すれば必ず位相相関を失うというものではない（実際、中性子干渉実験はその好例である(6)）。

今や観測理論の課題は明かであろう：

Ｉ．Ｎ無限大の極限をはじめに取ることなく“波束の収縮”を導出し、すなわち、密度行列の非対角部分が直接ゼロになることを証明し、

Ⅱ．“波束の収縮”が実現するための具体的条件（“criterion”）を与えること。

Ⅲ．Ⅱと関係するが、特にミクロ系とマクロ系との相互作用の後でも位相相関が見られる実験を具体的に説明すること。

福田理論もこの課題に答える必要があろう。

なお、ここでは測定過程が（６）または（８）で記述される簡単な場合（第１種測定）について述べたが、一般の場合のＳ行列を使った議論は　文献(1),(2),(3)を見ていただきたい。　また、$\rho_{F,OD} \neq 0$ の数学的証明については別の論文で示す予定である。[5]

３．測定過程と測定器のモデル

多くの場合、量子力学的測定は次の２段階に分けることができる：（ｉ）スペクトル分解、（ｉｉ）検出。この２段階を最も簡単なStern-Gerlach型のyes-no実験の場合について考えよう（図１の左側を見よ）。もっと複雑な実験もすべてこの型のyes-no実験に分解されるから、その議論だけで十分である。

図１の左側では、射出器Ｅから対象系粒子Ｑが次々に射出されるが、各粒子の初期波動関数ψ_0は分波器によって、それぞれがチャンネルＡ，Ｂを走る部分波ψ_aとψ_bに分けられる。ψ_aは検出器D_aと相互作用した後ψ_a'となる。チャンネルＡ、Ｂはそれぞれ観測命題P_a、P_bに対応するように作られている。Stern-Gerlach実験の場合は、P_a＝｛Ｑがスピン↑をもつ｝、P_b＝｛Ｑがスピン↓をもつ｝である（この場合、notP_a＝P_b、notP_b＝P_a）。これがスペクトル分解の段階

$$\psi_0 \to \psi = \psi_a + \psi_b \tag{19}$$

に相当する。P_a（またはＰｂ）が正しいか否かは、正確に、粒子がチャンネルＡ（またはＢ）を通るか否かと言う通路決定に対応している。通路を決定する検出段階は検出器D_aの作動によって行われる。D_aが信号を発生すれば（yesの場合）P_aの肯定、D_aが信号を発生しなければ（noの場合）P_bの肯定である。これで測定が完成し、コペンハーゲン解釈によれば、前者の場合は“波束の収縮”$\psi \to \psi_a'$が起こり、後者の場合は“波束の収縮”$\psi \to \psi_b$が起こる。ただし、検出器D_aが波動関数に変化$\psi_a \to \psi_a'$を与えたとした。前者が起こる確率は$w_a = |(\psi_a, \psi)|^2$、後者の確率は$w^b = |(\psi_b, \psi)|_2$である。単純コペンハーゲン解釈では、測定と“波束の収縮”が瞬間的に起こると考えている。単純コペンハーゲン解釈の便利なところは、瞬間的波束の収縮と確率を与えるだけでーー検出器状態に触れることなくーー対象系に関するすべての観測結果を議論できる点にある。当分の間、単純コペンハーゲン解釈に忠実にしたがって議論を進めよう。

なお、ψ_aがD_aに進入しても必ず信号が発生するわけではない。検出効率100% の検出器を用いても信号発生の確率はw_aであり、信号を発生しない確率も$w_b = 1 - w_a$だけある。信号を発生しなくても測定は行われて、“波束の収縮”は実現している。この場合をnegative-result-measurement（no型の測定）

という。“no型の測定”では、一見QとAの相互作用なしで測定が行われたように見えるが、そうではない－－詳しくは文献(1)、(3)参照。“no型の測定”はエルゴード増幅派（“波束の収縮”がカウンター内放電のような熱的不可逆過程によるとする考え）に対するパラドックスとして用いられたことがある。放電などがなくても測定が行われるからである。このパラドックスは“波束の収縮”とカウンター内放電のような増幅のための熱的不可逆過程とを峻別すべきことを教えてくれた。後者は“波束の収縮”を引金にして起こる検出器内の物質同士の２次的相互作用であり、　“波束の収縮”の結果のdisplayに過ぎない。その意味では、カウンター内放電（yes）と無放電（no）とは同格である。

次に、測定（この場合はD_aによる通路決定の検出）が対象系の波動関数に与える影響について考えよう。そのため、図１の右側のような追加実験を行う。D_aはϕ_aをϕ_a'に変えるが、ϕ_a'とϕ_bをそれぞれスリットａ、ｂに導き、右側の空間に放出して球面波ϕ_a'、ϕ_bをつくり、適当な距離をおいたスクリーン上で対象系粒子を捕捉する。１個の粒子に対しては１個の捕捉点が得られることは言うまでもない。単純コペンハーゲン解釈によれば、D_aが粒子を検出すれば（yesの場合）“波束の収縮”$\phi \to \phi_a'$によりϕ_bとϕ_bが消えるし、検出しなければ（noの場合）ϕ_a'とϕ_a' が消える。したがって、定常ビームによって得られたスクリーン上の粒子捕捉点を多数集積すれば、yesの場合は$|\phi_a'|^2$、noの場合は$|\phi_b|_2$に比例する分布が得られるし、yes and no の場合の分布は$|\phi_a'|^2+|\phi_b|^2$に比例することになる。ゆえに、この場合の測定は“重ね合わせ”の原理が要求する粒子分布$|\phi_a'+\phi_b|^2 = |\phi_a'|^2+|\phi_b|^2+2\mathrm{Re}\,\phi_b^{*}\phi_a'$の中の干渉項（最後の項）を消すわけである。というわけで、スクリーン上の統計分布でみれば、ＡかＢかの通路決定に関する“波束の収縮”は干渉項の消滅

$$\sum_{\mathrm{accum.}} 2\mathrm{Re}\,\phi_b^{*}\phi_a' = 0 \qquad (20)$$

として記述することができる。統計分布上の“波束の収縮”と単純コペンハーゲン解釈における瞬間的な波動関数の消滅とは一応区別しておきたい。ただし、（２０）を与える原因は、もちろん、D_aでの検出過程のところで作られている。統計分布上の“波束の収縮”はϕ_a'とϕ_bの間の位相相関の消滅として記述され

るべきである。

さて、単純コペンハーゲン解釈は便利であるが、それを文字どうり受け取ることはできない。測定または検出はQとAとが相互作用する物理的過程であり、全節でも述べたように、ミクロ的には非常に長い時間かけて起こる。“波束の収縮”が瞬間的に起こり、他方の波動関数がパット消えるという話は退けよう（これを波動現象的に考えると、波動関数に時間逆行的な行動を要求しなければならなくなる）。量子力学はあくまでも確率集団に対する法則を与えるものであり、“波束の収縮”は統計分布上で考えるべきものである。また、（２０）に到る話では検出器状態に触れることを避けてきたが、それはよくない。正しくは、ＱとＡとの全体系に量子力学を適用し、両者の相互作用の結果として、統計分布上の　“波束の収縮”を導出しなければならない。具体的には、密度行列の行動をしらべればよい。私達のアプローチの詳細については文献(1)，(2)，(3)などを見ていただきたいが、粗筋はすでに前節でも述べておいた。重要な点は、マクロ系と相互作用すれば必ず“波束の収縮”が起こるというわけではなく、ϕ_a'とϕ_b（したがって、ϕ_a'とϕ_b）の間の位相相関が（減少したとしても）保たれる場合がありうることを包含しうるかどうかである。単純コペンハーゲン解釈では、もちろん、それはできない。

前節で述べた粗筋にしたがい、“波束の収縮”を簡単なモデルで扱おう。チャンネルAの検出器D_aが与える位相のずれを$\gamma_a = -Kl$としよう（K は effective wave length、l はD_aのある局所系の長さ）。ＡとＱの相互作用の効果としては、これ以外のものは無視するというモデルである。なお、$\gamma_b = 0$。このモデルではＡの内部の“ゆらぎ”はKとlの変動として現れる。簡単のため、Kの変動は無視し、Ａの内部ゆらぎ”は l のガウス型統計分布だけによって表せるものとしよう。このとき“波束の収縮”に対するオーダーパラメータ（１５）は

$$\varepsilon = |\varepsilon_{ab}| = |\varepsilon_{ba}|$$
$$= |\langle \exp(-iKl) \rangle| = \exp(-(K\delta l)^2/2) \qquad (21)$$

となる。δlはlの“ゆらぎ”の幅である。（２１）は条件

$$K\delta l \gg 1 \qquad (22)$$

のもとで消滅し、“波束の収縮”（１７）を与える。なお、ｋ＝ａ，ｂ、ϕ_a＝

$c_a u_a$、$\psi_b = c_b u_b$。多数のヒルベルト空間にわたる“ゆらぎ”が重要であった。実際、Machida-Namiki理論でも、内部“ゆらぎ”が凍結されているか、または非常に小さい場合には、（２２）の条件は成立せず、位相相関は保持されて“波束の収縮”は実現しない。繰り返しだが、“波束の収縮”（１７）はＱがD_aを通過するところで実現する。図１の右側の干渉実験はその効果を見るためだけのものであった。

当然のことながら、（１７）は統計分布上の“波束の収縮”である。しかし、右辺は排他的確率事象に対応する項の和であるから、１事象（たとえば、ｋ＝ａ、つまり命題P_a）が起これば、他の排他的事象（ｋ＝ｂ）は実現しない。これが粒子１個毎の“波束の収縮”に対応している。

さて、私達の観点から福田理論の測定器モデルを考えよう。そのもっとも簡単化された場合を図２に示す。対象系Ｑは測定器系Ａを横方向に蹴飛ばして去る。このとき、Ａは全質量が重心に集中した１個の粒子のように振舞い、一切のゆらぎはなくなるという。そして、Ｑはまったく状態を変えることなく走り去る。この過程をvon Neumann流に書けば、

$$(\psi_a + \psi_b) \times \Phi \rightarrow \psi_a' \times \Phi_a' + \psi_b \times \Phi_a \qquad (23)$$

において、$\psi_a' = \psi_a$ となるわけである（ただし、Φ_aとΦ_a'はそれぞれ検出過程前後のD_aの波動関数である）。福田理論の主張では、“波束の収縮”はＱの変化ではなく、Φ_a'とΦ_aとが全く空間的に重なりをもたない（もちろん、直交性も成立する）ところから生まれるという。

ここでは、このモデルを図１の実験のD_aとして使って、“波束の収縮”が得られるかどうか議論しよう。ψ_a'とψ_bが小孔ａとｂを通って右側空間に球面波ψ_a'とψ_b をつくるが、前者の位相関係はそのまま後者に写されている。Ｑの波動関数ψ_a'とψ_b は波束だからＡ（この場合D_a）を離れた後は、一切Ａの運動には関係しない。したがって、球面波束ψ_a'とψ_bもその後のＡの変化に無関係に広がっていって、スクリーン上で到着点スポットをつくる。福田理論では$\psi_a' = \psi_a$だから、ψ_a'とψ_b（ゆえに、ϕ_a'とϕ_b）には位相差はない。したがって、到着点スポットをaccumulateしても、干渉項（つまり、干渉縞）が消えるはずはない。これでは“波束の収縮”は実現しない。

いま仮に百歩をゆずって、Φ_a'とΦ_aの相違だけで“波束の収縮”が生まれる

としよう。しかし、量子力学的測定では、一つずつ対象系粒子をAに投入して測定を行うわけである。一つの粒子の通過によって、変化$\Phi_a \to \Phi_a'$が起こるが、次の粒子を受け入れる前に（適当なrecovery timeの後）Aは元の状態Φ_aに戻っていなければならない。たとえば、D_aとしてカウンターを使おう。カウンターが放電した後、recovery time以前に次の粒子が入って来ても、測定はできない。そこで、Aからスリットまでの距離を十分遠く取り、Qがスリットに到達するまでの時間をrecovery timeよりも長くしておこう。この場合、Qが右側空間に出たとき、Aの波動関数は初期状態に戻っているから、Φ_a'ではない。しかも、福田理論によれば、マクロ系Aには一切のゆらぎはないので、正確に同じ初期状態Φ_aに戻り、重なりは復活する。つまりこの時間帯では、全体系の状態は初期状態と同じ波動関数、$(\phi_a + \phi_b) \times \Phi_a$、によって記述されているはずだ（そして、$\phi_a$と$\phi_b$との位相相関は元のままである）。　これでは“波束の収縮”が実現したとはいえない。

4．観測理論についての二、三の話題

福田理論の上記の測定器モデルは観測理論史上のいくつかの議論を想起させる。この機会にそれらの二、三を紹介したい。

（イ）Einsteinの問題とWootters-Zurekの分析

Einsteinはかって、2スリットの干渉実験の場合、一方の小孔に検出器をおけば、干渉縞を壊すことなく粒子の通路を決定できるのではないかという疑問を提出した。これに対してBohrは−−不確定性関係にもとずいて−−その測定操作が干渉縞を破壊することを示した。Bohrの議論は説得力があり、長い間多くの人々に信じられてきた。Wooters-Zurekはその議論を具体的な計算によって検証しようとしたのである。

彼らが計算した場合は図1の実験によく似ている。図1の実験は直接的には粒子通路の決定が目的であった。粒子がチャンネルAかBのどちらかを通ったことが分かれば（これが命題P_aに対する“yes”か“no”の測定結果である）、“波束の収縮”が実現して干渉縞は破壊される。Bohrのいう通りである。しかし、Wooters-Zurekは検出器として1原子測定器を用い、大方の予想に反して、干渉縞が破壊されないという結果を出した。この1原子測定器は固定点にバネ

で結び付けられた振動子である。測定器全体がほとんど無限大の質量をもっているという点で福田モデルに似ているし、内部運動があるという点でMachida-Namiki理論にやや似ている。私達の立場からいえば、内部“ゆらぎ”が小さすぎたのである。実際、Machida-Namiki理論でも1原子測定器に相当する検出器を検討したが、“ゆらぎ”が（16）または（22）を成立させるほど大きくなく、“波束の収縮”は実現しなかった(3)。 この点からみても、福田理論が“波束の収縮”を与えないのは当然である。

私の推測だが、Zurekはこの分析によって“波束の収縮”を実現するには、測定器だけでは駄目で、“環境”の作用が必要であると考えて、environment-induced-superselection-rule theoryという理論を提出したのだと思う。一方、Machida-Namiki 理論はAの局所系とQとの相互作用で“波束の収縮”を与えるが、測定器全体はその局所系にとってはたしかに“環境”である。その意味では、Machida-Namiki理論も一種のenvironment theoryかも知れない。しかし、測定器とは別に“環境”を求めていたわけではない。

（ロ）Stern-Gerlach実験についてのWignerの議論

福田モデルとの関係では、Stern-Gerlach実験についてのWigner（および、Jauch-Wigner-Yanase）の議論を紹介しておく必要があろう。この実験では、まず磁場を使って次のようなスペクトル分解を行う：

$$\phi_0 = (c_a u_a + c_b u_b) \times \phi$$
$$\rightarrow \ \phi = c_a u_a \times \phi_a + c_b u_b \times \phi_b \qquad (24)$$

u_a、u_b はそれぞれスピン↑、↓の固有ベクトル、ϕ、ϕ_a、ϕ_b、は波束関数であるが、後の二者は空間的に分離された別のチャンネルA、Bを進む。c_a、c_b は定数。Wignerは（24）を測定過程だというのである。たしかに、（24）は形の上ではvon Neumannの測定過程（6）と同じである（u_aとu_k、ϕ_aとϕ_kとを対比せよ）。ϕ_aとϕ_b との空間的重なりは全くない。福田氏の議論によれば、これで“波束の収縮”は完成するはずである（たしかに、完全に分離された空間的領域に属する二つの関数を同じヒルベルト空間のベクトルと考えることはできないーーそれらはある意味でunitary-inequivalentな別の空間に属している）。実際、昔はそんな議論もあったのである。しかし、Wignerは“no”という。（24）のままでは位相相関は保たれており、合波器によ

って、$\psi_a = c_a u_a \phi_a$と$\psi_b = c_b u_b \phi_b$ を同じチャンネル（たとえば、図１の右側空間または中性子干渉実験の最終チャンネル０）に集めれば、位相相関を干渉などの現象として見ることができるからである。この主張は正しい。

もっとも、Wignerが（２４）そのものを測定過程とする点は明かにおかしい。（２４）はあくまでもスペクトル分解という前段階であり、測定はその後の検出段階によって完成する。検出段階のない測定はない！　私はこの意味でWignerに組みしないが、彼の上記の議論は福田理論に対する反証として使うことができる。

もう一つだけ、Stern-Gerlach実験に関連して注意しておくことがある。スペクトル分解も検出も、いずれもマクロ系との相互作用によって行われるのに、前者では位相相関が保たれ、後者ではそれが破壊される。この事実はマクロ系との相互作用が必ずしも位相相関を消すものでないことを教えてくれるわけだが、位相相関を消すか消さないかの違いはどこからくるのか？　この質問からも明らかなように、観測理論には“波束の収縮”が実現するための“criterion”を提出する義務がある。福田理論にもそれを期待したい。

（ハ）中性子干渉と観測理論

中性子干渉実験は、マクロ系との相互作用が必ずしも位相相関を破壊するものでないという事実を示す好例である。福田理論と同じように、Ｎ／Ｖを固定してＮ→∞、Ｖ→∞という極限をとっても位相相関が保持される場合がそこにはある。福田理論はその場合をどう説明するか？　実験の詳細については〔6〕、私達の立場からの説明に関しては〔3〕、〔7〕を見ていただきたい。とくに、振動磁場によるスピン反転を伴う干渉実験は、コペンハーゲン解釈への疑問を誘起したこともあって、興味深かった。この実験は観測理論を逆方向からチェックするものである。すべての観測理論はこのチェックに耐えるものでなければならない。

５．多世界理論をめぐって——確率解釈は導出できるか？

最近、量子力学の宇宙論への適用に関連して、多世界理論が人気を集めているようだ。その理由は二つある。通常、量子力学においては、ある力学系を波動関数ψで記述するというとき、確率解釈の母集団として、同じ状態ψにある

多数の力学系の存在を前提にしている。しかし、全宇宙を量子力学の対象にする場合は、そのような母集団の存在を想定することはむずかしい。多世界理論は、第一に、その母集団を提供し、第二に、確率解釈をも理論自身の中から導き出すというのである。これが魅力であった。

多世界理論は、形式的には、von Neumannの測定過程（6）から出発する。しかし、測定器状態Φ_kが測定結果kを“記録”としてもつということによって、kが違えば、Φ_kはまったく別の世界を表すと考えるのである。まったく別の世界の間では位相の相関はありえない。したがって、（6）はそのままで“波束の収縮”を与えるという。これが多世界理論の骨子であった。さらに、分裂した世界の数を数えて、その中で“記録”kをもつ世界の頻度を求め、それが$|c_k|^2$に比例することを示して、確率解釈を導出したと称するのである。

私が多世界理論を理解できない理由は次の通りである。

（i）測定過程はあくまでも物理的過程である。kが違えば、Φ_kは別の世界に落ちるといっても、それはどのような物理的過程によって実現するのか？“記録”をもつというだけならば、それはvon Neumann-Wigner理論の“抽象的自我”や“意識”の導入に比すべき神秘主義ではないか。

（ii）測定器状態Φ_kは2節で議論したように、マクロ変数kだけで指定できるものではない。したがって、マクロ変数だけで、多世界への分裂が一義的に記述されるものだろうか？　また、測定操作による分裂は、図1のような実験ではどこで起こるのか、はっきりしない。スペクトル分解のところか？　それとも検出段階のところか？　もしもスペクトル分解の段階で起こるとすれば矛盾が生じる（この点についいてはZurek理論も同様）－－文献(3)、(8)参照。

（iii）確率解釈を導出したというが、測定操作によって現出した多数の世界を確率の母集団とすることは、理論体系の構成という立場からみれば、新しい要請である。確率という概念が何もないところから突然生まれるはずはない。この“要請”と確率解釈の導出とは等価である（input＝outputといおうか？）。

これらの批判は私だけのもんではなく、そのいくつかは、これまでにも指摘されてきた。さらに、多世界理論は“波束の収縮”のためのcriterionを与えていない。私達の立場からすれば、これは重要な問題である。　　Zurek理論（environment-induced-superselection-rule theory）についても。この不満

がある。なお、はじめの頃多世界理論の熱心な支持者であったWheelerは最近この理論に対して懐疑的である。宇宙論への適用についてもskepticalであるという。

確率解釈の導出という話は、この研究会でも初日の牧二郎氏の講演にあった。牧氏の話は福田理論が“波束の収縮”（１７）を与えるという前提に立っている。すなわち、密度行列の非対角部分を消滅させたという前提のもとに、測定後の状態が密度行列

$$\rho_F = \Sigma_k |c_k|^2 |u_k\rangle\langle u_k| \times |\Phi_k\rangle\langle\Phi_k| \qquad (25)$$

によって表されるとして、この結果から$|c_k|^2$が確率であると結論するのである。これはおかしい。（２５）の形が$|c_k|^2$に確率という意味を与えるのにふさわしいとしても、密度行列ρが統計演算子であるという要請（すなわち、$\langle F\rangle = \mathrm{tr}(F\rho)$が力学量Ｆの期待値であるという要請）なしに、そのような解釈は出てこない。“要請”なしの導出という点で、これは多世界理論に似ている。それに、福田理論が“波束の収縮”を与えるという前提、すなわち、測定後の状態として（２５）を与えるという前提は、繰り返し議論してきたように誤りである。

６．おわりに

以上福田理論と多世界理論の批判という形を借りて、観測理論の問題点のいくつかを指摘した。本質的に重要な問題点ではあるが、観測理論のすべてではない。観測問題自身も量子力学の基礎をめぐる原理的諸問題の一部に過ぎない。ＥＰＲ問題などまだまだ議論し検討すべき問題は数多く残っている。この研究会を中心にこのような研究が盛んになることを希望したい。研究会の皆さん、個人的な討論に応じて下さった福田さんに感謝する。なお。ここで述べた私の話は町田さんとの日頃の議論に負うところが多い。併せてお礼申し上げる。

文献：

(1) S. Machida and M. Namiki, PTP 63 (1980) 1457,1835. こればかりでなくその後の発展(3)を見て下さい。

(2) H. Araki, PTP 64 (1980) 717; Como会議報告。

(3) S. Machida and M. Namiki, Proc. of ISQM-Tokyo '83, 127, 136; M. Namiki Ann. N. Y. Academy 420 (1986) 78; 並木、“マクロ系の量子力学と観測問題”（物理学最前線10、共立出版）139; M. Namiki, Found. of Phys. 18 (1988) 29.

(4) R. Fukuda, Phys. Rev. A35 (1987) 8; A36 (1987) 3023.

(5) H. Araki, S. Machida and M. Namiki, in preperation.

(6) H. Rauch, Proc. of ISQM-Tokyo '83, 277; Proc. Of ISQM-Tokyo '86, 3

(7) M. Namiki, Y. Otake and H. Soshi, PTP 77 (1987) 508.

(8) S. Machida and M. Namiki, Proc. of ISQM-Tokyo '86; Y. Morikawa, M. Namiki and Y. Otake PTP 78 (1987) 551.

観測理論の問題点

慶応大・理工　福　田　礼次郎

私の見解につきましては，

素粒子論研究

Vol. 76 №5 (1988年2月号)　P. 147
「並木氏への回答」

Vol. 77 №4 (1988年7月号)　P. 85
「並木氏への回答 Ⅱ」

を御覧下さい。