16．3及び4次元格子ゲージ理論の相転移の解析

大阪府立工業高専　有末宏明
北里大教養　藤原俊朗、°平田郁美

Abstract
2、3、4次元Z（2）スピン及びゲージ系の臨界点βcと比熱の臨界指数αを、コヒーレント異常法を使って求めた。その際、近似解の組は新クラスター展開法を用いて求め、包絡線の異常性を調べた。

I. Introdaction
最近鈴木により提唱されたコヒーレント異常法（CAM）[1]は、有限の関数列から、極限として得られる無限系を記述する関数への系統的な外挿法である。我々は、CAMをZ（2）ゲージ系の比熱の臨界的振舞いの研究に応用する。

近似解の列を平均場近似法により求めたCAM理論は、スピン系に対して成功を納めたが、これを単純にゲージ系に用いることはできない。格子上ではゲージ不変性はこわれないので、リンク変数の期待値に０以外の値を持たせることはできない。我々は平均場近似法の代わりに、1984年に有末と藤原によって提唱された新クラスター展開法[2]を用いる。

Fig.1に新クラスター展開により求めた３次元Z（2）スピン系の比熱を示す。横軸のβは温度の逆数に比例する。L番目の関数は時空の広がりがLまでのクラスターの寄与すべてを含む。広がりLはクラスターのx、y、z方向の長さの和で定義する。各関数はあるβ（$\beta c(L)$）でピークをもち、Lが大きくなるにつれ$\beta c(L)$は小さくなりピークは鋭くなることがわかる。無限の広がりをもつクラスターの寄与まですべてたしあげたとき２次相転移点βcでピークの値が発散すると期待される。我々はこのL無限大の極限をCAMにより求める。

II. Formulation
以上のように新クラスター展開法で求めた近似解の組の包絡線を考える。パラメータとして、有限サイズで計算した比熱が最大となるβの値（$\beta c(L)$）及び

Ｌの逆数をとる。これらの離散パラメータを連続にするため、近似解を次のようにパラメタライズする。

$$C(\beta,\beta_c)=[a+b(\beta-\beta_c)^2/(\beta_c-\beta_c^*)^2)]/(\beta_c-\beta_c^*)^\alpha \quad (3)$$

(3)の包絡線は次で与えられる。

$$C(\beta,\beta c^*)=[a+\lambda^2 b](\lambda+1)\ /(\beta-\beta c^*)^\alpha \quad (4)$$

ここで

$$\lambda=[-b+\sqrt{b^2-ab\alpha(\alpha+2)}]/[(\alpha+2)b]$$

包絡線の異常性は(3)の初項すなわちピークでの値のみから決められる。

III. 臨界点βcと比熱の臨界指数α

以上の手順に従い、各モデルの包絡線の異常性を調べる。

1) d=3 Z(2) gauge model

このモデルは３次元Ｚ（２）スピン系とｄｕａｌで、２次相転移を示す。簡単なモデルであるにもかかわらず、αはよくわかっていない。パデ近似法により調べると、β^{40}までの比熱の計算から、$\beta c=0.77(2)$, $\alpha=0.24(3)$となる。一方β^{18}までのmass gapの計算[3]は$\beta c=0.7388(9)$, $\nu=0.64(2)$(スケール則$\alpha=2-d\nu$より$\alpha=0.08(5)$)を示す。またスピン系の モンテカルロくりこみ群(MCRG)の計算[4]から、$\nu=0.629(4)$ ($\alpha=0.11(1)$), $\beta c=0.7614$である。

(3)によりパラメタライズされた各Ｌの関数およびその包絡線をFig.2に示す。ここで$\alpha=0.127(1)$, $\beta c^*=0.746(8)$はFig.3により決めた。Fig.3でグラフの傾きは$1/\alpha$、ｙ切片は$-\beta c^*/\alpha$を表わす。一方パラメータをＬの逆数にとると、$\beta c=0.748(1)$, $\alpha=0.228$ となる。ここでβcは$(1/L)^{\frac{1}{\nu}}$とβcとのfitで決めた。

2) d=4 Z(2) gauge model

このモデルは、self dualであり、self dual点$\beta c^1=\ln(1+\sqrt{2})/2\simeq 0.441$で１次相転移をおこすことが知られている。最近大川らにより、１次相転移点近傍の準安定領域に相関距離の発散する臨界点が存在することを示唆するMCRGのデータが発表された[4]。臨界点上では物理量が発散しMCRGをおこなうことが不可能なため、$\beta c>0.452$, $\alpha>0.852$(高温側)と不等号で予測されている。強結合(高温)展開の立場では１次相転移をおこすモデルは１次相転移点より外側で、ＣＡＭ等により外挿して得た関数が発散点を持つ。臨界指数が物理的に意味のあるものであれば、この点で連続理論を作れる可能性がある。比熱をβ^{22}まで計算し、パデにより$\beta c=0.472$, $\alpha=0.63$と求めた。しかし項の数が少ないため、

値が不安定である。

3次元の場合と同様にIIで述べた手順に従いβc, αを求めるとβc=0.54(7), α=0.54(6)である。パラメータが1/Lのとき、α=0.92(1)となる。

3)d=2,3 Z(2) spin model

スピン系についても上述の方法により解析する。現在計算中であり、小さいサイズでの結果のみ挙げる。２次元についてはL=15まで３次元についてはL=5まで求め、各々βc=0.442(3), α=0.212(1)、βc=0.222, α=0.23(3)となった。

IV. Conclusion

３及び４次元Ｚ(２)格子ゲージ理論の比熱に現われる臨界点を、ＣＡＭを応用して解析した。近似解の組は新クラスター展開法により求め、解のピークの振舞いから、包絡線の異常性を調べた。その結果βcについては収束がよいが、αにはばらつきがみられる。これは、シリーズが短いためと考えられる。またFig.2にみるように、包絡線は近似の悪いピークの外側で接している。たとえばピークの内側の変極点での接線の包絡線を考える等、近似のよい領域の情報を利用する必要がある。

参考文献

1) M.Suzuki, J. Phys. Soc. 55 (1986) 4205.
   鈴木増雄　数理科学　1988年7月　とその参考文献
2) H.Arisue and T.Fujiwara, Prog. Theor. Phys. 72 (1984) 1176.
3) G.S.Pawley, R.H.Swendsen, D.J.Wallace and K.G.Wilson, Phys. Rev. B29 (1984) 4030.
4) A.Gonzalez-Arroyo, M.Okawa and Y.Shimizu, Phys. Rev. Lett. 60 (1988) 487.
5) H.Arisue and T.Fujiwara, Nucl. Phys. B285[FS19] (1987) 253.

Fig.1

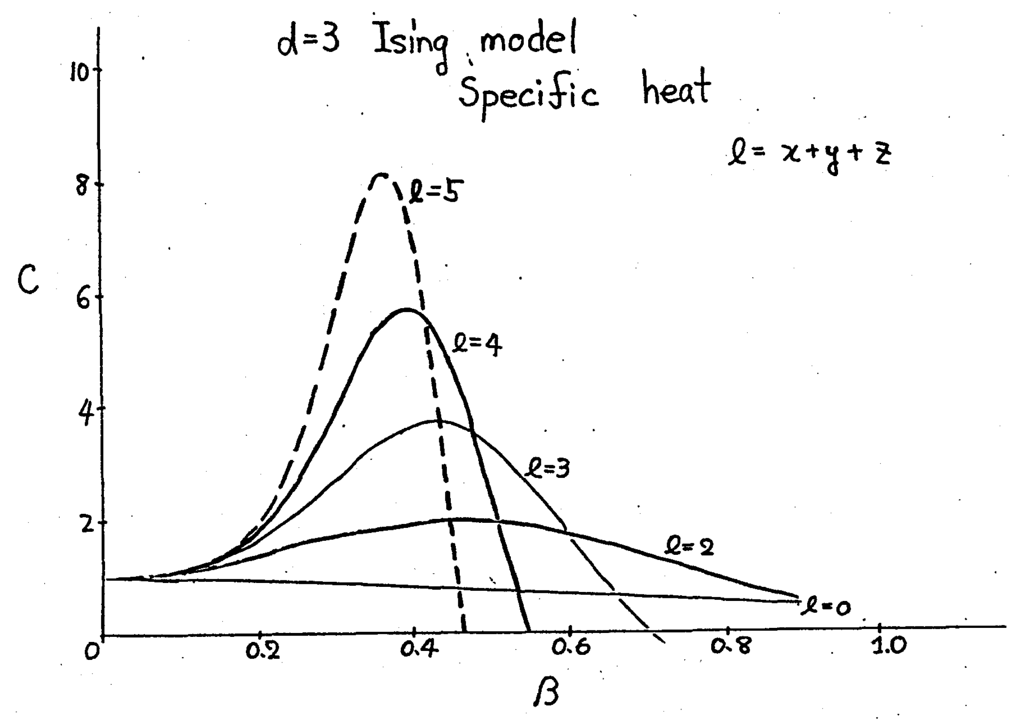
d=3 Ising model
Specific heat
ℓ= x+y+z
ℓ=5
ℓ=4
ℓ=3
ℓ=2
ℓ=0
C
β
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
2
4
6
8
10

Fig 2

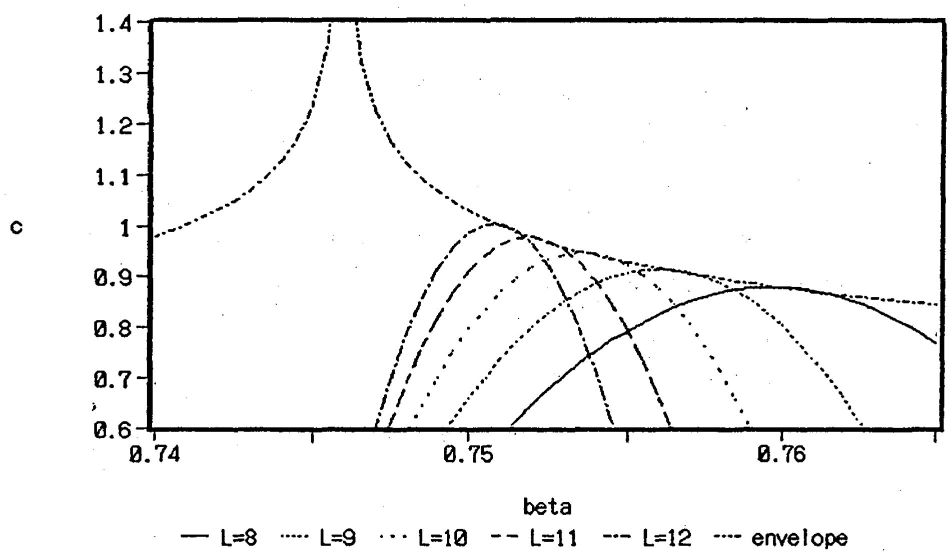
1.4
1.3
1.2
1.1
1
0.9
0.8
0.7
0.6
c
0.74
0.75
0.76
beta
L=8
L=9
L=10
L=11
L=12
envelope

Fig 3